Definition 2.1 (*Körper*)

Eine Menge K, auf der eine Addition „+`` und eine Multiplikation „ $\cdot$`` definiert sind, nennt man einen *Körper*, wenn folgende Eigenschaften gelten:

- Additive Gruppenstruktur: $(K,+)$ ist eine *Abel'sche Gruppe* mit neutralem Element 0 (Nullelement), d.h. für alle $a, b \in K$ gilt

$$\begin{aligned} a+b &= b+a && \text{(Kommutativität)} \\ (a+b)+c &= a+(b+c) && \text{(Assoziativität)} \\ a+0 &= a && \text{(Existenz des Nullelements)} \\ a+(-a) &= 0\,, && \text{(Existenz des negativen Elements)} \end{aligned}$$

  wobei $(-a)$ das inverse Element zu a bezeichnet.

- Multiplikative Gruppenstruktur: $(K\backslash\{0\},\cdot)$ ist eine Abel'sche Gruppe mit neutralem Element 1 (Einselement), d.h. für alle $a, b, c \in K\backslash\{0\}$ gilt

$$\begin{aligned} a\cdot b &= b\cdot a && \text{(Kommutativität)} \\ (a\cdot b)\cdot c &= a\cdot(b\cdot c) && \text{(Assoziativität)} \\ a\cdot 1 &= a && \text{(Existenz des Einselements)} \\ a\cdot a^{-1} &= 1\,, && \text{(Existenz des inversen Elements)} \end{aligned}$$

  wobei a^{-1} das inverse Element zu a bezeichnet.
- Distributivgesetz: $a\cdot(b+c) = a\cdot b + a\cdot c$ für alle $a, b, c \in K$.

Definition 2.2 (*Vektorraum*)

Eine Abel'sche Gruppe $(V,+)$ heißt *Vektorraum über einem Körper* K oder K*-Vektorraum,* wenn eine Skalarmultiplikation „ $\cdot$`` definiert ist, die $(\lambda, v) \in K \times V$ das Produkt $\lambda\cdot v \in V$ zuordnet und folgende Eigenschaften besitzt. Für alle Skalare $\lambda, \lambda_1, \lambda_2 \in K$ und alle Vektoren v, v_1, $v_2 \in V$ gilt:

$$\begin{aligned} (\lambda_1+\lambda_2)\cdot v &= \lambda_1\cdot v + \lambda_2\cdot v && \text{(Distributivität I)} \\ \lambda\cdot(v_1+v_2) &= \lambda\cdot v_1 + \lambda\cdot v_2 && \text{(Distributivität II)} \\ (\lambda_1\cdot\lambda_2)\cdot v &= \lambda_1\cdot(\lambda_2\cdot v) && \text{(Assoziativität)} \\ 1\cdot v &= v\,. && \text{(Einselement)} \end{aligned}$$