M. Künzer, J. Marhenke Abgabe bis Donnerstag, 13.11.03, 15h30, Briefkasten vor H3

Lineare Algebra für Informatiker, WS 03/04

Blatt 4

Aufgabe 15 (6 Punkte).

Gib die Additionstafel und die Multiplikationstafel von $\mathbf{F}_4$ an.
Gib die Multiplikationstafeln von $\mathbf{F}_8$ und $\mathbf{F}_9$ an.

Aufgabe 16 (6 Punkte). Berechne.

(1) In $\mathbf{C}$: $(1+i)^3$, $(1+2i)^{-1}$.

(2) In $\mathbf{F}_4$: $(1+\alpha)^5$, α^{-2}.

(3) In $\mathbf{F}_9$: $(1+\iota)^7$, $\sum_{x\in\mathbf{F}_9} x^2$.

(4) In $\mathbf{F}_8$: $(1+\beta+\beta^2)^{-1}$, sowie x^{14} für alle $x \in \mathbf{F}_8$.

Aufgabe 17 (6 Punkte). Ist der Ring R ein Körper? Begründe! Falls R endlich ist, gib $\#R$ an.

(1) $R = \mathbf{Z}/119\mathbf{Z}$.

(2) $R = \mathbf{C}[X]/(X^2+1)\mathbf{C}[X]$.

(3) $R = \mathbf{F}_5[X]/(X^3+X^2+1)\mathbf{F}_5[X]$.

(4) $R = \mathbf{F}_2[X]/(X^4+X^2+1)\mathbf{F}_2[X]$.

(5) $R = \mathbf{F}_4[X]/(X^3+\alpha)\mathbf{F}_4[X]$.

(6) $R = \mathbf{F}_3[X]/(X^4+X^2+X+1)\mathbf{F}_3[X]$.

Aufgabe 18 (3 Punkte). Wieviele irreduzible Polynome von Grad d gibt es in $K[X]$? Herleitung des Resultats!

(1) $d = 2$, $K = \mathbf{F}_2$.

(2) $d = 3$, $K = \mathbf{F}_4$.

(3) $d = 3$, p prim, $K = \mathbf{F}_p$.

Aufgabe 19 (4 Punkte). Zeige oder widerlege.

(1) Sei p eine Primzahl. Ein Polynom $f(X) \in \mathbf{F}_p[X]$ ist irreduzibel genau dann, wenn $\{x \in \mathbf{F}_p \mid f(x) = 0\} = \emptyset$.

(2) Sei p prim, und seien $f(X), g(X) \in \mathbf{F}_p[X]$. Es ist $f(X) = g(X)$ genau dann, wenn $f(x) = g(x)$ für alle $x \in \mathbf{F}_p$.

(3) Seien $f(X), g(X) \in \mathbf{R}[X]$. Es ist $f(X) = g(X)$ genau dann, wenn $f(x) = g(x)$ für alle $x \in \mathbf{R}$.

(4) Es gibt kein irreduzibles Polynom von Grad 6 in $\mathbf{F}_2[X]$.