SS 2005
Prof. Dr. W. Balser
Andreas Martin, Markus Tentler

9. Übungsblatt

Übungen zur Höheren Mathematik II für Elektrotechniker

Abgabe: Freitag, 17.6.2005, vor den Übungen

1. a) Berechnen Sie die Fourierreihen der durch
   (i) $f(t) = t^2 \quad$ für $\; -\pi \le t \le \pi$
   (ii) $f(t) = |\sin t| \quad$ für $\; -\pi \le t \le \pi$
   definierten $2\pi-$periodischen Funktionen f. Was läßt sich über die Konvergenz dieser Reihen aussagen?

   b) Finden Sie die Werte der Reihen

$$\text{(i)} \quad \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^2} \qquad\qquad \text{(ii)}^{\star} \quad \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{(2k+1)^3}\ .$$

(10+2+4* P.)

2. Berechnen Sie die komplexe Fourierreihe der durch

$$f(t) = e^t \quad \text{für} \quad 0 \le t < 2\pi$$

definierten $2\pi-$periodischen Funktion f. Welchen Wert hat diese Reihe bei Null?

(4 P.)

3. Es sei f eine $2\pi-$periodische Funktion definiert durch $f(t) = e^{t^2}$ für $-\pi \le t \le \pi$ und bezeichne a_k, b_k die Fourierkoeffizienten von f. Finden Sie ein $\ell \in \mathbb{N}$ so, daß die Folgen $\left(k^\ell\, a_k\right)_{k \ge 0}$ und $\left(k^\ell\, b_k\right)_{k \ge 1}$ beschränkt sind.

(3 P.)

4. Schreiben Sie für $t \ne \{\pi + 2\ell\pi,\ \ell \in \mathbb{Z}\}$ die Reihe $\displaystyle\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k-1}}{k} (\cos(kt) + \mathrm{i}\sin(kt))$

als Potenzreihe, also

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k-1}}{k} (\cos(kt) + \mathrm{i}\sin(kt)) = \sum_{k=0}^{\infty} p_k z^k$$

mit geeigneten Koeffizienten $p_k \in \mathbb{C}$ und $z = z(t) \in \mathbb{C}$ und interpretieren Sie das Ergebnis.

(5 P.)

Die Vorlesung am Donnerstag, den 16.06.05, fällt aus.

Tutoriumsaufgaben

1. Stellen Sie die $2\pi-$periodische Funktion f definiert durch

$$f(t) = \begin{cases} -1 & \text{für} \quad -\pi \le t < 0 \\ 1 & \text{für} \quad 0 \le t < \pi \end{cases}$$

im Intervall $[-2\pi, 3\pi]$ graphisch dar und berechnen Sie ihre Fourierreihe. Welche Werte hat diese Reihe an den Stellen $k\pi$ $(k \in \mathbb{Z})$?

2. Es sei f eine $2\pi-$periodische Sägezahnfunktion definiert durch

$$f(t) = \frac{\pi - t}{2} \quad \text{für} \quad 0 \le t < 2\pi.$$

Berechnen Sie die Fourierreihe von f und untersuchen Sie die Reihe auf Konvergenz.

3. Berechnen Sie die komplexe Fourierreihe der durch

$$f(t) = \begin{cases} \pi \cos t & \text{für} \quad 0 \le t \le \frac{\pi}{2} \\ 0 & \text{für} \quad \frac{\pi}{2} < t < 2\pi \end{cases}$$

definierten $2\pi-$periodischen Funktion f und geben Sie auch die reelle Darstellung an.

4. Es seien a_k, b_k die Fourierkoeffizienten der $2\pi-$periodischen Funktion f definiert durch $f(t) = \cosh t$ für $-\pi \le t \le \pi$. Untersuchen Sie $(a_k)_{k\ge 0}$ und $(b_k)_{k\ge 1}$ auf Beschränktheit.

Die Übungsaufgaben finden Sie im Internet unter der Adresse:
www.mathematik.uni-ulm.de/ReineMath/mitarbeiter/martin/ss05