Im Aufgabenteil (a) wurde $r(\varphi)$ zu $r(\varphi) = \frac{3\sin(\varphi)\cos(\varphi)}{\sin^3(\varphi)+\cos^3(\varphi)}$ berechnet. Mittels der Substitution $\varphi = \arctan(t)$ erhält man daraus $r^2(t) = \frac{9t^2(1+t^2)}{(1+t^3)^2}$. (Am einfachsten sehen Sie das, wenn Sie $\frac{y}{x} = \tan(\varphi) = t$ benutzen. Einsetzen in die Gleichung der Kurve liefert $x = \frac{3t}{1+t^3}$ und Sie erhalten r^2 über $r^2 = x^2 + y^2$.)
Also berechnet sich die Fläche der Schleife wie folgt:

$$A = \frac{1}{2}\int_0^{\frac{\pi}{2}} r^2(\varphi)d\varphi = \frac{1}{2}\int_0^{\infty} \frac{(3t)^2(1+t^2)}{(1+t^3)^2}\cdot\frac{dt}{1+t^2} = \frac{1}{2}\int_0^{\infty} \frac{9t^2\,dt}{(1+t^3)^2} = \frac{3}{2}\int_0^{\infty} \frac{3t^2}{(1+t^3)^2}dt.$$

Mit der Substitution $u := 1 + t^3$ ergibt sich daraus $A = \frac{3}{2}\int_1^{\infty} \frac{du}{u^2} = \frac{3}{2}$.