

# Höhere Mathematik für Physiker und Ingenieure

Prof. Dr. Irene Bouw  
Dr. Urs Hackstein

Probeklausur

Abgabe: 10.1.2008 vor der Übung.

Die Abgabe der Probeklausur ist freiwillig und geschieht einzeln. Die Punkte zählen insbesondere nicht mit für die Zulassung zur Klausur. Wenn Sie die Aufgaben unter Klausurbedingungen bearbeiten möchten, so nehmen Sie sich zwei Stunden Zeit und benutzen als Hilfsmittel nur einen Zettel (Din A4, doppelseitig) mit handgeschriebenen Notizen. Jede Teilaufgabe wird mit 5 Punkten bewertet. Insgesamt sind folglich 80 Punkte zu erreichen.

Beachten Sie ferner, dass die hier gestellten Aufgaben in Form und Länge mit denen in einer Klausur übereinstimmen, aber nur die bislang behandelten Kapitel 1-3 abdecken.

**Aufgabe 1.** (a) Schreiben Sie  $\alpha = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{3}i$  in Polarkoordinaten.

(b) Finden Sie alle Lösungen  $z \in \mathbb{C}$  der Gleichung  $z^6 = \alpha$ .

**Aufgabe 2.** (a) Für welche  $a \in \mathbb{R}$  ist die Matrix  $A_a := \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ -1 & 1 & 1 \\ 0 & a & 1 \end{pmatrix}$  invertierbar?

(b) Lösen Sie das Gleichungssystem  $A_a x = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ .

(c) Berechnen Sie die Determinante der Matrix  $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & 3 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ .

**Aufgabe 3.** (a) Konvergiert die Reihe  $\sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \frac{k!}{k^k}$ ? Konvergiert die Reihe absolut?

(b) Konvergiert die Reihe  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)^{n-1}}{(-n)^n}$ ? Konvergiert die Reihe absolut?

(c) Für welche  $z \in \mathbb{C}$  konvergiert die Reihe  $\sum_{n=0}^{\infty} n^2 z^n$ ?

**Aufgabe 4.** Zeigen Sie, dass  $\sum_{k=0}^n \binom{n}{k} = 2^n$  für alle  $n \geq 1$  gilt!

**Aufgabe 5.** Berechnen Sie die folgenden Integrale:

(a)  $\int \operatorname{Arcosh}(x) dx$

(b)  $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{x}{\cos^2 x} dx$

(c)  $\int \frac{x^2+x}{x^3-x^2+x-1} dx$

**Aufgabe 6.** Konvergieren die folgenden Folgen? Falls ja, so berechnen Sie ihren Grenzwert.

(a)  $a_n = \frac{n^3+(-1)^n}{n^3-2n+1}$

(b)  $b_n = (-1)^n(\sqrt{n+1} - \sqrt{n})$

**Aufgabe 7.** (a) Lösen Sie das Anfangswertproblem

$$x''(t) - 4x'(t) + 4x(t) = 0, \quad x(0) = 1, \quad x'(0) = -1.$$

(b) Lösen Sie die inhomogene Differentialgleichung

$$x''(t) - 4x'(t) + 4x(t) = e^{-t}.$$