

Übungen - Mathematische Methoden für Ökonomen
Errata - Blatt 3

Die Aufgabe 2 (und damit auch die Aufgabe 3) ist so nicht sinnvoll gestellt. Eine sinnvolle Version der Aufgabenstellung wäre die folgende:

Aufgabe: Ein Unternehmen des Fahrzeugbaus produziert aus den beiden Rohstoffen Kunststoff und Metall die Zwischenprodukte Interior, Karosserie und Antriebstechnologie. Daraus werden dann die Endprodukte PKW und Sprinter produziert:

- pro Einheit (E) Interior werden 2 Einheiten Kunststoff und 3 Einheiten Metall benötigt
- pro E Karosserie werden 3 E Kunststoff und 7 E Metall benötigt
- pro E Antrieb werden 4 E Kunststoff und 2 E Metall benötigt
- pro E PKW werden 5 E Interior, 4 E Karosserie und 2 E Kunststoff benötigt
- pro E Sprinter werden 5 E Interior, 3 E Karosserie, 10 E Antrieb benötigt
- insgesamt werden 100 E PKW und 150 E Sprinter produziert.

Formulieren Sie dieses Problem bitte in Form eines linearen Gleichungssystems und Lösen Sie dieses.

Lösung: Wir bezeichnen die Mengen der Rohstoffe Kunststoff bzw. Metall mit x_1 bzw. x_2 , die Zwischenprodukte Interior, Karosserie und Antrieb durch x_3 , x_4 und x_5 , und schließlich die Endprodukte PKW oder Sprinter mit x_6 oder x_7 . Dabei geht der Rohstoff Kunststoff mit in alle drei Zwischenprodukte und das Endprodukt PKW ein. Werden von den drei Zwischenprodukten x_3 , x_4 und x_5 Einheiten und vom Endprodukt PKW x_6 Einheiten benötigt, so beträgt der **Gesamtbedarf an Kunststoff**

$$x_1 = 2x_3 + 3x_4 + 4x_5 + 2x_6$$

Einheiten. Insgesamt erhalten wir das lineare Gleichungssystem

$$\begin{array}{rcccccc}
 x_1 & -2x_3 & -3x_4 & -4x_5 & -2x_6 & & = & 0 \\
 x_2 & & -3x_3 & -7x_4 & -2x_5 & & = & 0 \\
 & & x_3 & & & -5x_6 & -5x_7 & = & 0 \\
 & & & x_4 & & -4x_6 & -3x_7 & = & 0 \\
 & & & & x_5 & & -10x_7 & = & 0 \\
 & & & & & x_6 & & = & 100 \\
 & & & & & & x_7 & = & 150
 \end{array}$$

welches bereits in Dreiecksgestalt vorliegt. Sukzessives Auflösen liefert $x_5 = 10 \cdot 150 = 1.500$, $x_4 = 4 \cdot 100 + 3 \cdot 150 = 850$, $x_3 = 5 \cdot 100 + 5 \cdot 150 = 1.250$, $x_2 = 3 \cdot 1.250 + 7 \cdot 850 + 2 \cdot 1.500 = 12.700$ und $x_1 = 2 \cdot 1.250 + 3 \cdot 850 + 4 \cdot 1.500 + 2 \cdot 100 = 11.250$. Also werden 11.250 E Kunststoff und 12.700 E Metall benötigt.