



**Fakultät für Mathematik und  
Wirtschaftswissenschaften**  
Institut für Analysis

**Prof. Dr. Friedmar Schulz**  
friedmar.schulz@uni-ulm.de

**Dipl.-Math. Jens Dittrich**  
jens.dittrich@uni-ulm.de

## Seminar Kurven und Flächen - Bogenlänge, Tangenten und Schmieg Ebene einer Kurve

Allgemeine Hinweise:

- Die Vorlage stammt aus einem etwas älteren Buch. Verwenden Sie bitte die moderne deutsche Sprache. Verwenden Sie außerdem statt Frakturschrift fettgedruckte, große lateinische Buchstaben.
- Eine Hauptaufgabe ist es, die Definitionen und Sätze exakt zu formulieren und im Tafelbild zu notieren. Zu jeder Aussage oder Behauptung ist ein Beweis zu geben bzw. vorzubereiten. (Schema: Definition - Satz - Beweis)
- Ihre Vortragszeit beträgt 80 Minuten, konzentrieren Sie sich dabei besonders auf die unten notierten Aufgaben und Fragen. Geben Sie ein vollständiges Tafelbild an. Fertigen Sie möglichst viele Skizzen der Beweiseideen an.

Aufgaben und Fragen:

- Definieren Sie den Begriff der "Kurve", der "Bogenlänge", der "Tangente" und der "Schmieg Ebene". Zeigen Sie weiter, dass die letzten drei Definitionen unabhängig von der Wahl der Parametrisierung der Kurve sind.
- Zeigen Sie, dass man in jede Kurve Bogenlängenparameter einführen kann.
- Geben Sie eine geometrische Interpretation des Begriffes Schmieg Ebene.
- Zeigen Sie: Sei  $y = f(x)$  eine ebene Kurve, definiert für alle  $x \geq 0$  mit einer stetig differenzierbaren Funktion  $f$  mit der Eigenschaft

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f'(x) = a.$$

Weiter seien  $s(x)$  und  $c(x)$  die Länge der Sehne bzw. des Kurvenbogens von  $(0, f(0))$  bis  $(x, f(x))$ . Dann folgt

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{s(x)}{c(x)} = 1.$$

Literatur:

- Wilhelm Blaschke, Kurt Leichtweiß, Elementare Differentialgeometrie, Springer-Verlag (1973), §5 und §6.