ulm university universität uulm

Fakultät für Mathematik und Wirtschaftswissenschaften
Institut für Analysis

Prof. Dr. Friedmar Schulz
friedmar.schulz@uni-ulm.de

Dipl.-Math. Jens Dittrich
jens.dittrich@uni-ulm.de

Seminar Kurven und Flächen - Krümmung und Windung

Allgemeine Hinweise:

- Die Vorlage stammt aus einem etwas älteren Buch. Verwenden Sie bitte die moderne deutsche Sprache. Verwenden Sie außerdem statt Frakturschrift fettgedruckte, große lateinische Buchstaben.
- Eine Hauptaufgabe ist es, die Definitionen und Sätze exakt zu formulieren und im Tafelbild zu notieren. Zu jeder Aussage oder Behauptung ist ein Beweis zu geben bzw. vorzubereiten. (Schema: Definition - Satz - Beweis)
- Ihre Vortragszeit beträgt 80 Minuten, konzentrieren Sie sich dabei besonders auf die unten notierten Aufgaben und Fragen. Geben Sie ein vollständiges Tafelbild an. Fertigen Sie möglichst viele Skizzen der Beweisideen an.

Aufgaben und Fragen:

- Definieren Sie die Begriffe der "Krümmung" und "Windung". Geben Sie dazu eine geometrische Interpretation an.
- Bestimmen Sie ein begleitendes, orthonormiertes Dreibein an eine Kurve.
- Bestimmen Sie ein vollständiges System unabhängiger Invarianten für eine Kurve.
- Zeigen Sie: Sei $\mathbf{H} = \mathbf{H}(s)$ mit $\mathbf{H}' \neq 0$ eine Funktion auf der Sphäre. Dann wird durch die Formel

$$\mathbf{X}(s) = -\int \left(\cos\phi \frac{\mathbf{H}'}{|\mathbf{H}'|} + \sin\phi \left(\frac{\mathbf{H}'}{|\mathbf{H}'|} \times \mathbf{H} \right) \right) ds \quad \text{mit} \quad \phi(s) = \int \frac{(\mathbf{H}, \mathbf{H}', \mathbf{H}'')}{(\mathbf{H}')^2}\, ds.$$

  eine zweimal stetig differenzierbare Raumkurve C: $\mathbf{X} = \mathbf{X}(s)$ mit der Hauptnormale $\mathbf{H}$ als Funktion des Bogenlängenparameters s von C dargestellt.

Literatur:

- Wilhelm Blaschke, Kurt Leichtweiß, Elementare Differentialgeometrie, Springer-Verlag (1973), §7 und §8.