



**Fakultät für Mathematik und
Wirtschaftswissenschaften**
Institut für Analysis

Prof. Dr. Friedmar Schulz
friedmar.schulz@uni-ulm.de

Dipl.-Math. Jens Dittrich
jens.dittrich@uni-ulm.de

Seminar Kurven und Flächen - Das Vorzeichen der Windung und die Formeln von Frenet

Allgemeine Hinweise:

- Die Vorlage stammt aus einem etwas älteren Buch. Verwenden Sie bitte die moderne deutsche Sprache. Verwenden Sie außerdem statt Frakturschrift fettgedruckte, große lateinische Buchstaben.
- Eine Hauptaufgabe ist es, die Definitionen und Sätze exakt zu formulieren und im Tafelbild zu notieren. Zu jeder Aussage oder Behauptung ist ein Beweis zu geben bzw. vorzubereiten. (Schema: Definition - Satz - Beweis)
- Ihre Vortragszeit beträgt 80 Minuten, konzentrieren Sie sich dabei besonders auf die unten notierten Aufgaben und Fragen. Geben Sie ein vollständiges Tafelbild an. Fertigen Sie möglichst viele Skizzen der Bewesideen an.

Aufgaben und Fragen:

- Formulieren Sie das System von Frenet.
- Bestimmen Sie alle Kurven mit verschwindender Windung.
- Geben Sie eine geometrische Interpretation für das Vorzeichen der Windung.
- Zeigen Sie: Die Integration der drei Frenetschen Gleichungen ist äquivalent zur Integration einer einzigen Riccatischen Differentialgleichung im Komplexen, nämlich:

$$\frac{d\zeta}{ds} = -\frac{i}{\rho}\zeta + \frac{i}{2\tau}(\zeta^2 - 1)$$

mit

$$\zeta = \frac{t_x + ih_x}{1 - b_x} \quad \text{bzw.} \quad \zeta = \frac{t_y + ih_y}{1 - b_y} \quad \text{bzw.} \quad \zeta = \frac{t_z + ih_z}{1 - b_z}$$

wobei die x, y bzw. z -Komponente des Tangenten-, des Hauptnormalen- und Binormalenvektors eingesetzt wird.

Literatur:

- Wilhelm Blaschke, Kurt Leichtweiß, Elementare Differentialgeometrie, Springer-Verlag (1973), §9 und §10.