



**Fakultät für Mathematik und  
Wirtschaftswissenschaften**  
Institut für Analysis

**Prof. Dr. Friedmar Schulz**  
friedmar.schulz@uni-ulm.de

**Dipl.-Math. Jens Dittrich**  
jens.dittrich@uni-ulm.de

## Seminar Kurven und Flächen - Krümmungslinien und Nabelpunkte

Allgemeine Hinweise:

- Die Vorlage stammt aus einem etwas älteren Buch. Verwenden Sie bitte die moderne deutsche Sprache. Verwenden Sie außerdem statt Frakturschrift fettgedruckte, große lateinische Buchstaben.
- Eine Hauptaufgabe ist es, die Definitionen und Sätze exakt zu formulieren und im Tafelbild zu notieren. Zu jeder Aussage oder Behauptung ist ein Beweis zu geben bzw. vorzubereiten. (Schema: Definition - Satz - Beweis)
- Ihre Vortragszeit beträgt 80 Minuten, konzentrieren Sie sich dabei besonders auf die unten notierten Aufgaben und Fragen. Geben Sie ein vollständiges Tafelbild an. Fertigen Sie möglichst viele Skizzen der Bewesideen an.

Aufgaben und Fragen:

- Definieren Sie die Begriffe "Krümmungslinie" und "Nabelpunkt". Geben Sie geometrische Interpretationen davon an.
- Zeigen Sie: Wenn ein Flächenstück nur aus Nabelpunkten besteht, dann ist es entweder ein Kugelstück oder ein Ebenenstück.
- Bestimmen Sie für die Fläche  $F$  in der Parameterdarstellung

$$\mathbf{X} = \mathbf{X}(u, v) = \frac{1}{v} \left( \cos u, -\sin u, \int_1^v \operatorname{arcosh} \tau \, d\tau \right), \quad u \in \mathbb{R}, v > 1$$

die Krümmungslinien.

- Bestimmen Sie alle reellen Nabelpunkte der Fläche

$$F = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : xyz = 1\}.$$

Literatur:

- Wilhelm Blaschke, Kurt Leichtweiß, Elementare Differentialgeometrie, Springer-Verlag (1973), §46 und §47.