Universität Ulm
Abteilung Angewandte Analysis

Prof. Dr. W. Balser
Markus Duelli
WS 03/04

Übungen zu Lineare Algebra

Übungsblatt 1

Abgabetermin: Donnerstag, 23.10.2003, vor den Übungen

(1) (a) Es sei V ein Vektorraum über $\mathbb{K}$ und D eine beliebige nicht-leere Menge. Man bezeichnet mit V^D die Menge $\{f : D \to V\}$. Auf V^D erklärt man die Verknüpfungen punktweise, das heißt:
$(f+g)(x) := f(x) + g(x)$, $(\lambda \cdot f)(x) := \lambda \cdot f(x)$,
wobei $f, g \in V^D$, $\lambda \in \mathbb{K}$ und $x \in D$ sind.
Zeige: V^D ist bezüglich dieser Verknüpfungen ein Vektorraum über $\mathbb{K}$.
(b) Folgere: $\mathbb{K}^n$ ist ein Vektorraum.
(4+1 Punkte)

(2) Es sei V ein Vektorraum und U, W zwei Unterräume von V.
(a) Zeige durch ein Gegenbeispiel: Im allgemeinen ist $U \cup W$ kein Unterraum.
(b) Zeige: $U \cup W$ ist ein Unterraum genau dann, wenn $U \subset W$ oder $W \subset U$ gilt.
(2+4 Punkte)

(3) Überprüfe, ob folgende Mengen Vektorräume sind. Die Entscheidung ist kurz zu begründen.
(a) Die Menge aller Polynome vom Grad n, $n \in \mathbb{N}_0$.
(b) $\{x \in \mathbb{R}^n : x_1 \cdot \ldots \cdot x_n = 0\}$, $n \in \mathbb{N}$.
(c) $\{x \in \mathbb{R}^n : x_1 - x_2 = x_n\}$, $n \geq 2$.
(d) $\{f : D \to \mathbb{R} : f(\omega_0) \in I\}$, für $\omega_0 \in D$ fest und $I \subset \mathbb{R}$ ein Intervall.
(6 Punkte)