UNIVERSITÄT ULM
Abteilung Angewandte Analysis

Prof. Dr. W. Balser
Markus Duelli
WS 03/04

Übungen zu Lineare Algebra

Übungsblatt 2

Abgabetermin: Donnerstag, 30.10.2003, vor den Übungen

(1) Es sei V ein Vektorraum und U ein Unterraum von V. Zeige:
Die Relation $x \sim y :\Leftrightarrow x - y \in U$ hat folgende Eigenschaften:
(a) $x \sim x$,
(b) $x \sim y \Rightarrow y \sim x$,
(c) $x \sim y,\ y \sim z \Rightarrow x \sim z$
für alle $x, y, z \in V$.
Jede Relation mit diesen Eigenschaften nennt man auch eine Äquivalenzrelation auf V. (3 Punkte)

(2) Stelle den Vektor $v = (1,2,3,4)^T$ als Linearkombination der folgenden Vektoren dar: $b_1 = (1,0,1,0)^T$, $b_2 = (1,1,0,1)^T$, $b_3 = (0,1,0,0)^T$, $b_4 = (0,0,0,1)^T$.

(2 Punkte)

(3) Überprüfe folgende Vektoren auf lineare Unabhängigkeit:
(a) Die Vektoren $(3,1,4)^T$, $(5,-1,2)^T$, $(2,-1,-1)^T$, des Vektorraumes $\mathbb{R}^3$ und
(b) die Vektoren $(1,1,0,0)^T$, $(1,0,1,1)^T$, $(0,1,1,1)^T$ des Vektorraumes $\mathbb{K}^4$ für $\mathbb{K} = \mathbb{R}$.

(2+2 Punkte)

*(4) Sind die Vektoren aus der vorigen Aufgabe für $\mathbb{K} = \mathbb{Z}_2 = \{0,1\}$, den Körper aus zwei Elementen, linear unabhängig ?
(Hinweis: In diesem Körper gilt $1 + 1 = 0$.) (2 Zusatzpunkte)

(5) Ergänze die Vektoren $t^3 - 1, t^2 + t, t + 2$ zu einer Basis des $\mathbb{R}_3[t]$. (3 Punkte)

(6) Es seien $x_1 = (1,1,-1,2)^T$, $x_2 = (2,0,3,1)^T$, $x_3 = (0,-2,1,-1)^T$, $y_1 = (1,-1,0,1)^T$ und $y_2 = (1,5,-3,4)^T$ Vektoren des $\mathbb{R}^4$ gegeben.
Zeige, daß $y_1, y_2 \in V := \mathcal{L}(x_1, x_2, x_3)$ und gib eine Basis von V an, die die Vektoren y_1, y_2 enthält. (3 Punkte)

Die Übungsaufgaben findet Ihr auch im Internet unter:
`http://www.mathematik.uni-ulm.de/m5/mmd/linalg`