Universität Ulm
Abteilung Angewandte Analysis

Prof. Dr. W. Balser
Markus Duelli
WS 03/04

Übungen zu Lineare Algebra

Übungsblatt 5

Abgabetermin: Donnerstag, 20.11.2003, vor den Übungen

(1) Es sei V ein Vektorraum und $U_1, \dots, U_n$ Unterräume von V. Es gelte $U_i \cap U_j = \{0\}$ für $i \neq j$ und $V = U_1 + \cdots + U_n$. Zeige oder widerlege durch ein Gegenbeispiel: Es gilt dann $V = U_1 \oplus \cdots \oplus U_n$. (3 Punkte)

(2) Es seien $m, n \in \mathbb{N}$, $m < n$. Finde zwei Matrizen $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$ und $B \in \mathbb{R}^{n \times m}$, so daß $AB = I$, aber $BA \neq I$. (2 Punkte)

(3) Untersuche folgende Matrizen auf Invertierbarkeit und berechne ggf. die Inverse:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 3 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -2 & 1 & 4 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & \alpha \\ 1 & \alpha & 1 \end{pmatrix}$$

für $\alpha \in \mathbb{R}$.

(7 Punkte)

(4) Löse die folgenden linearen Gleichungssysteme:

(a) $$\begin{array}{rcrcrcl} x_1 & + & ax_2 & + & a^2x_3 & = & 0 \\ x_1 & + & bx_2 & + & b^2x_3 & = & 0 \end{array}$$ für $a, b \in \mathbb{R}$.

(b) $$\begin{array}{rcrcrcr} -x_1 & + & 2x_2 & + & x_3 & = & -2 \\ 3x_1 & - & 8x_2 & - & 2x_3 & = & 4 \\ x_1 & & & + & 4x_3 & = & -2 \end{array}$$

(3+2 Punkte)

(5) Es sei $(G, \circ)$ eine Gruppe, $\emptyset \neq U \subset G$. Es gelte weiterhin $x \circ y^{-1} \in U$ für alle $x, y \in U$. Zeige: $(U, \circ)$ ist eine Gruppe. Ist G eine abelsche Gruppe, so auch U. (3 Punkte)

Die Übungsaufgaben findet Ihr auch im Internet unter:
`http://www.mathematik.uni-ulm.de/m5/mmd/linalg`