UNIVERSITÄT ULM
Abteilung Angewandte Analysis

Prof. Dr. W. Balser
Markus Duelli
WS 03/04

Übungen zu Lineare Algebra

Übungsblatt 11

Abgabetermin: Donnerstag, 15.01.2004, vor den Übungen

(1) Bestimme die Eigenwerte sowie Basen der Eigenräume von:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -2 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}, \quad D : \mathbb{R}[t] \to \mathbb{R}[t],\ Dp = p'.$$

Welche dieser linearen Abbildungen sind diagonalisierbar ? (8 Punkte)

(2) Es seien $A, B \in \mathbb{R}^{n\times n}$, B regulär. Zeige: Die Matrizen AB und BA besitzen dieselben Eigenwerte. (3 Punkte)

*(3) Es bezeichne $\mathbb{Z}_2$ den Körper mit zwei Elementen.
Zeige: Die Matrix $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \in \mathbb{Z}_2^{2\times 2}$ hat keine Eigenwerte. (2 ZusatzPunkte)

(4) Berechne Darstellungsmatrizen der folgenden linearen Abbildungen:
- (a) $D : \mathbb{R}_n[t] \to \mathbb{R}_n[t]$, $Dp = p'$ bezüglich der kanonischen Basis.
- (b) $\phi : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$, definiert durch $\phi(x, y) = (2x - 3y, x + y)^T$ bezüglich
  - (i) der kanonischen Basis $\mathcal{B}_1$ des $\mathbb{R}^2$.
  - (ii) der Basis $\mathcal{B}_2 = \{(1, 2)^T, (2, 3)^T\}$.

(2+4 Punkte)

(5) Es sei V ein endlich dimensionaler Vektorraum. Wir fixieren eine Basis von V. Es sei $T \in L(V)$ und A bezeiche die zugehörige Dartstellungsmatrix.
Zeige: Für $f \in \mathbb{K}[t]$ ist $f(A)$ die Darstellungsmatrix von $f(T)$. (3 Punkte)

Die Übungsaufgaben findet Ihr auch im Internet unter:
`http://www.mathematik.uni-ulm.de/m5/mmd/linalg`