UNIVERSITÄT ULM
Abteilung Angewandte Analysis

Prof. Dr. W. Balser
Markus Duelli
WS 03/04

Übungen zu Lineare Algebra

Übungsblatt 14

Abgabetermin: Donnerstag, 05.02.2004, vor den Übungen

(1) Es seien $A = \begin{pmatrix} -7 & 24 & 0 & 0 \\ 24 & 7 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -7 & 24 \\ 0 & 0 & 24 & 7 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 6 & 2\sqrt{3} \\ 2\sqrt{3} & 7 \end{pmatrix}$ und $C = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$.
Zeige: A, B und C sind unitär diagonalisierbar. Finde unitäre Matrizen U, V und W, so daß $\bar{U}^T AU$, $\bar{V}^T BV$ und $\bar{W}^T CW$ Diagonalgestalt haben. (6 Punkte)

(2) Finde Minimalpolynom und Jordansche Normalform der Matrix $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.
(3 Punkte)

(3) (a) Gib alle möglichen Jordanschen Normalformen einer Matrix an, deren charakteristisches Polynom $p = -(t-1)^3(t-2)^2$ ist.
(b) Gib alle möglichen Jordanschen Normalformen für eine Matrix $A \in \mathbb{R}^{5\times 5}$ an, deren Minimalpolynom $m_A = (t-2)^2$ ist.
(2+2 Punkte)

(4) Es sei $A \in \mathbb{C}^{n\times n}$.
(a) Zeige: $B = \bar{A}^T A$ ist positiv definit genau dann, wenn A invertierbar ist.
(b) Entscheide, ob folgende Matrizen positiv definit sind:
$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & 5 \\ -2 & -3 & 0 \\ 5 & 0 & 4 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 2 & 3 & 5 \\ 0 & 4 & 6 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 2 & -2 & 0 \\ -2 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$
(2+2 Punkte)

(5) Untersuche folgende Matrizen auf Definitheit:
$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -2 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & i \\ 0 & 2 & 1 \\ -i & 1 & -3 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix}.$$
(4 Punkte)

Die Übungsaufgaben findet Ihr auch im Internet unter:
`http://www.mathematik.uni-ulm.de/m5/mmd/linalg`