Werner Kratz
Markus Wahrheit

Sommersemester 2006
01.06.2006
Blatt 5

Übungen zur Analysis IV

Abgabe und Besprechung: Donnerstag, den 08.06.2006

19. Skizziere die folgenden Mengen und entscheide jeweils, ob es sich um ein Gebiet, Sterngebiet oder Elementargebiet handelt.

   (a) $D_1 = \{z \in \mathbb{C} \mid z + |z| \neq 0\}$.

   (b) $D_2 = \{z = re^{i\varphi} \in \mathbb{C} \mid 1 < r < 2,\ \frac{1}{8}\pi < \varphi < \frac{7}{8}\pi\}$.

   (c) $D_3 = \{z \in \mathbb{C} \mid |z| < 2 \text{ oder } |z-5| < 1\}$.

   (d) $D_4 = D_2 \cup \{z \in \mathbb{C} \mid |z-2i| < 1\}$. (4)

20. Berechne die folgenden komplexen Kurvenintegrale.

   (a)
$$\int_{|z-3|=1} \frac{z^7+1}{z^2(z^4-1)}\,\mathrm{d}z.$$

   (b)
$$\int_{|z-2|=\frac{3}{2}} \frac{z^7+1}{z^2(z^4-1)}\,\mathrm{d}z.$$

   (c)
$$\int_{|\zeta|=3} \frac{e^{-\zeta}}{(\zeta+2)^3}\,\mathrm{d}\zeta.$$

   (d)
$$\int_{|z-1|=1} \left(\frac{z}{z-1}\right)^n \mathrm{d}z,\ n \in \mathbb{N}.$$

   (e)
$$\int_{|\zeta|=3} \frac{\mathrm{d}\zeta}{\zeta^2+2\zeta}\,.$$

   (f)
$$\int_{|z|=\frac{1}{2}} \cos\left(\frac{\pi}{z+1}\right) z^{-3}\,\mathrm{d}z.$$

   (g)
$$\int_{|z|=r} \frac{1}{(z-a)^n(z-b)^m}\,\mathrm{d}z,\ |a| < r < |b|,\ m,n \in \mathbb{N}.$$

(12)

21. Es sei $D \subset \mathbb{C}$ offen und $f : D \to \mathbb{C}$ sei holomorph in D. Zeige:
$|f|$ besitzt in D kein striktes lokales Maximum, d.h. es gibt kein $z_0 \in D$ mit $|f(z)| < |f(z_0)|$ für alle $z \in U_\varepsilon(z_0) \setminus \{z_0\} \subset D$ für ein $\varepsilon > 0$. (4)