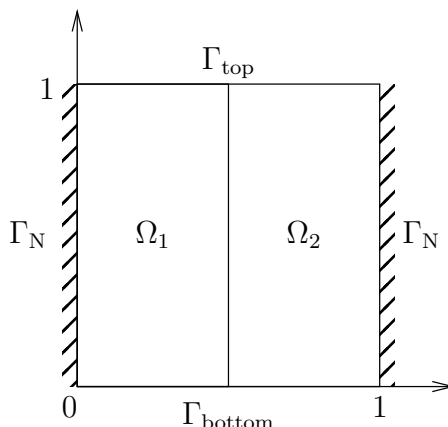


Numerik partieller Differentialgleichungen II

Wir betrachten folgenden Heizblock¹:



Auf diesem Gebiet wollen wir folgende PDE lösen:

$$\begin{cases} \nabla \cdot (-\mu \nabla u) = 0, & \text{in } \Omega, \\ n \cdot (\mu \nabla u) = 0, & \text{auf } \Gamma_N, \\ n \cdot (\mu \nabla u) = 1, & \text{auf } \Gamma_{\text{bottom}}, \\ u = 0, & \text{auf } \Gamma_{\text{top}}, \end{cases} \quad (1)$$

mit der Wärmeleitfähigkeit $\mu|_{\Omega_i} = \mu_i$, $i = 1, 2$, und der Normierung $\mu_2 = 1$.

Die schwache Formulierung dieses Problems lautet: Bestimme $u \in X := \{v \in H^1(\Omega) : v|_{\Gamma_{\text{top}}} = 0\}$ mit

$$a(u, v; \mu_1) := \mu_1 \int_{\Omega_1} \nabla u \cdot \nabla v + \int_{\Omega_2} \nabla u \cdot \nabla v = \int_{\Gamma_{\text{bottom}}} v =: f(v), \quad v \in X. \quad (2)$$

Aufgaben:

1. Überlegen Sie sich, dass (2) die schwache Formulierung von (1) ist.
2. Benutzen Sie die grafische Oberfläche von *Comsol* um (2) mit Hilfe der FEM zu lösen.
3. Lösen Sie das Problem mit Hilfe vorassemblierter Matrizen und bestimmen Sie die Koerzitivität

$$\alpha(\mu_1) = \inf_{v \in X} \frac{a(v, v; \mu_1)}{\|v\|_X^2},$$

für $\mu_1 \in [.01, 100]$.

Den Prototyp dazu finden Sie auf der Homepage der Vorlesung. Die Funktion `getInitFem` erhalten Sie, wenn Sie Ihre Lösung von 2. als m-file speichern. Achten Sie darauf lineare Lagrange Elemente zu verwenden und stellen Sie sicher, dass Ihr struct `fem` den Eintrag `solform = 'coefficient'` hat.

¹Für weitere Informationen, siehe Skript und/oder http://augustine.mit.edu/workedproblems/rbMIT/TBiso/F_rbMIT_TBiso_overview.htm