

WiMa-Praktikum II (Numerik)

1. **5 Punkte**
Erzeugen Sie zwei beliebige (Zufalls-)Vektoren x und y der Größe (1,500) und berechnen Sie mit Hilfe der Funktionen `sum` und `length` die jeweiligen Mittelwerte \bar{x} und \bar{y} . Berechnen Sie nun den Korrelationskoeffizienten

$$D_{xy} = \frac{\sum_i (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_i (x_i - \bar{x})^2 \sum_i (y_i - \bar{y})^2}},$$

und überprüfen Sie Ihr Ergebnis mit Hilfe der Funktion `corrcoef`.

2. **5 Punkte**
Die Fläche eines Dreiecks mit den Eckpunkten $P_1(x_1, y_1), P_2(x_2, y_2), P_3(x_3, y_3)$ errechnet sich folgendermaßen:

$$(x_3 - x_1) \frac{y_1 + y_3}{2} + (x_2 - x_3) \frac{y_2 + y_3}{2} + (x_2 - x_1) \frac{y_1 + y_2}{2}.$$

Es kann leicht nachvollzogen werden, dass dies der folgende Ausdruck ist:

$$\frac{1}{2} \det \begin{pmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{pmatrix}$$

In dieser Form ist offensichtlich, dass das Vorzeichen der Fläche davon abhängt, in welcher Reihenfolge die Punkte in die Determinante genommen werden. Berechnen Sie die Fläche des folgenden Dreiecks: $P_1 = (1, 1), P_2 = (3, 1), P_3 = (1, 8)$ und zeichnen Sie das Dreieck.

3. **5 Punkte**
Schreiben Sie eine Funktion `Wronski(n)`, welche für gegebenes n die Wronski-Matrix

$$X = (x_i^j)_{i,j=0,\dots,n}$$

bestimmt, wobei $x_i = \frac{i}{n}, i = 0, \dots, n$. Benutzen Sie dabei *keine* Schleifen! Zeichnen Sie anschließend die Werte der Wronski-Determinante in Abhängigkeit von n in geeigneter Darstellung. Wo taucht dieses Problem in der Numerik auf?

4. **5+5 Punkte**
Schreiben Sie zwei Funktionen `Ellipse(A)`, welche für gegebene s.p.d. Matrix $A \in \mathbb{R}^{2,2}$ die Lösungsmenge der Gleichung

$$x'Ax = 1$$

zeichnen. In der ersten Funktion verwenden Sie den Befehl `ezplot`. In der zweiten Funktion transformieren Sie den Einheitskreis (Lösung von $x'x = 1$) auf die gesuchte Ellipse. Die dazu benötigte Transformation bestimme man mit Hilfe der Hauptachsentransformation (`eig`).

5.

5+5 Punkte

Was ist das Ergebnis der folgenden MATLAB-Skripte/Funktionen. Begründen Sie Ihre Antwort.

```
(a) function A5a
    n = 1;

    a = @(x) x.^n;
    function y=b(x)
        y = x.^n;
    end

    t = linspace(0,1)';

    figure(1);
    plot(t,a(t),'r-',t,b(t),'k-');

    n = 2;
    figure(2);
    plot(t,a(t),'r-',t,b(t),'k-');
end

(b) function A5b
    for k=1:10
        k
        k = k + 2;
    end
```