Prof. Dr. Franz Schweiggert und Dr. Johannes Mayer
Ralph Guderlei
Abt. Angewandte Informationsverarbeitung
Blatt 1 - 28. April 2006

Software Engineering Praxis (SS 2006)

Abgabetermin: 05. Mai 2006

1 Näherungsweise Bestimmung von π (7 Punkte)

Schon seit der Antike gibt es Verfahren um die Kreiszahl π näherungsweise zu bestimmen. Ein klassischer Ansatz ist die Flächenformel.

1.1 Flächenformel

Bei der Flächenformel wird ausgenutzt, dass π nur zur Berechnung der Kreisfläche, aber nicht zur Berechnung der Fläche des den Kreis einschließenden Quadrats benötigt wird. Sei r nun der Radius eines Kreises, dann ergibt sich

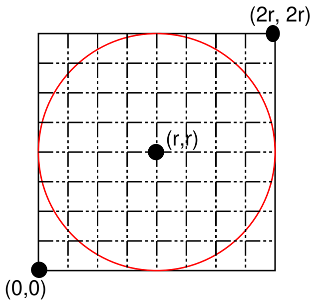
$$A_{\text{Kreis}} = \pi r^2$$

und

$$A_{\text{Quadrat}} = (2r)^2.$$

Damit ergibt sich

$$\pi = 4\frac{A_{\text{Kreis}}}{A_{\text{Quadrat}}}.$$



Die Fläche des Quadrats kann direkt berechnet werden, die Fläche des Kreises kann näherungsweise durch Auszählen der Punkte (x, y) bestimmt werden, die im Kreis liegen. Um diese Punkte zu zählen kann man ein Koordinatensystem mit $0 \geq x \geq 2r$ und $0 \geq y \geq 2r$ konstruieren, dessen Mitte in (r, r) liegt. Für alle Punkte im Kreis gilt dann $(x - r)^2 + (y - r)^2 \leq r^2$.

Um ein brauchbares Ergebnis zu erhalten sollte $r \geq 10000$ gewählt werden.

1.2 Bailey-Borwein-Plouffe-Formel

Die Bailey-Borwein-Plouffe-Formel ist eine relativ neue Darstellung von π als Reihe:

$$\pi = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{16^k}\left(\frac{4}{8k+1} - \frac{2}{8k+4} - \frac{1}{8k+5} - \frac{1}{8k+6}\right)$$

Mit dieser Formel können beliebige Stellen von π bestimmt werden, ohne die vorhergehenden Stellen berechnen zu müssen. Die Zahl π kann durch Abbrechen der Reihe nach n Summationen näherungsweise berechnet werden.

Implementieren Sie beide Methoden zur näherungsweisen Berechung von π. Vergleichen die Ergebnisse der beiden Methoden mit der in Java vorgehaltenene Konstante `Math.PI`. Welche Aussage können Sie über die Laufzeit der beiden Methoden machen?

2 Größter gemeinsamer Teiler (3 Punkte)

Um den ggT zweier Integer-Werte `a, b` zu bestimmen, wird häufig der Euklidsche Algorithmus verwendet. Eine Variante ist der sog. "binäre Euklidsche Algorithmus":

1. setze `m = a, n = b`
2. dividiere `m` und `n` durch 2 solange, bis eine der beiden Zahlen ungerade ist. Die Zahl der notwendigen Divisionsschritte sei `k`. Falls `n` gerade ist, vertausche `m` und `n`.
3. dividiere `m` durch 2, bis `m` ungerade ist
4. ist `m<n`, so vertausche diese Zahlen
5. setze `m = m - n`
6. ist `m` $\neq$ `0`, dann fahre fort mit Schritt 3.
7. `ggT(a,b) = n` $\cdot 2^k$

Implementieren Sie den binären Euklidschen Algorithmus in Java.

Quellen und Hinweise

- Artikel über π bei Wikipedia:
  http://de.wikipedia.org/wiki/Kreiszahl
- Artikel über die Bailey-Borwein-Plouffe-Formel bei Wikipedia:
  http://de.wikipedia.org/wiki/Bailey-Borwein-Plouffe-Formel
- Artikel über den Euklidschen Algorithmus bei Wikipedia:
  http://de.wikipedia.org/wiki/Euklidischer_Algorithmus

Viel Erfolg!