L. Tomm Blatt 3

Übungen zur Höheren Mathematik I für Elektrotechniker

(Abgabe: Donnerstag, 9.11.2006, 8.10 Uhr, H 12)

11. Wieviele Bits braucht man mindestens, um eine dreihundertstellige Dezimalzahl in einem Computer abzuspeichern? (Bekanntlich läßt sich jede natürliche Zahl N in eindeutiger Weise in der Form $N = \sum_{k=0}^{n} a_k 2^k$ mit $n \in \mathbb{N}_0,\ a_0, \ldots, a_n \in \{0,1\},\ a_n \neq 0$ darstellen. Wie groß muß n für $N = 10^{299}$ mindestens sein?)

(3 Punkte)

12. Löse die folgenden Gleichungen jeweils nach x auf.

a) $\log_2 x + \log_2(x-14) = 5$ b) $\log_x 5 = 2$ c) $4^x = 2^{x+2} + 1$

(je 2 Punkte)

13. Beweise für $x, y \in \mathbb{R}$ folgende **Additionstheoreme** für die hyperbolischen Funktionen.

$$\begin{aligned} \sinh(x+y) &= \sinh x \cosh y + \cosh x \sinh y \\ \cosh(x+y) &= \cosh x \cosh y + \sinh x \sinh y \end{aligned}$$

(4 Punkte)

14. Berechne die Anzahl der Dezimalstellen sowie die drei führenden Dezimalziffern der Zahl $3\,000!$.

(4 Punkte)

15. Differenziere folgende Ausdrücke nach x und stelle die Ableitungen in möglichst einfacher Form dar.

a) $\arcsin\sqrt{1-x}$ b) $\operatorname{Arsinh}(\tan x)$ c) $e^x \sinh x$ d) $\operatorname{Artanh}(e^{2x})$

e) $\tan(x^2)$ f) $\arctan\dfrac{x+y}{1-xy}$ g) $e^{\sin\sqrt{x}}$ h) $|\tanh x|^{\log\cosh x}$

(je 2 Punkte)

Tutoriumsaufgaben:

A) Im September 2006 wurde die 44–te „Mersennesche Primzahl“ $P_{44} = 2^{32\,582\,657} - 1$ gefunden.[1] Wieviele Dezimalstellen hat P_{44} und wie lauten die beiden führenden Dezimalstellen dieser Zahl?

B) Vereinfache.[2]

a) $\log_2 7 - \log_2 8 + \log_2 14$ b) $\dfrac{1}{2}\log_5 225$

c) $3\ln 6 - \dfrac{1}{2}\ln 144$ d) $\dfrac{\frac{1}{3}\ln 125 - 3\ln 2 + \ln 40}{2\ln 5 + \ln 4}$

C) Differenziere folgende Ausdrücke nach x. Stelle die Ableitungen in möglichst einfacher Form dar und entscheide, an welchen Stellen die gemachte Rechnung sinnvoll ist..

a) $\log|x|$ b) $\sqrt{\log(x+2)}$ c) $\dfrac{1}{\log(1+x^2)}$

d) $\log|\tan x|$ e) $|\sin x|^{\tan x}$

D) Löse die folgenden Gleichungen nach x auf.

a) $\log_2 x = 10$ b) $\log_{17}(4x-2) = 1$ c) $\log_x 4 = 3$

e) $\log_2 x + \log_2(x-6) = 3$ f) $4^x + 4 = 2^{x+2} + 2^x$

[1] Näheres findet sich unter `http://primes.utm.edu/mersenne/`.

[2] Beachte immer, daß bei uns sowohl log als auch ln den natürlichen Logarithmus bezeichnen.