L. Tomm Blatt 5

Übungen zur Höheren Mathematik I für Elektrotechniker

(Abgabe: **Mittwoch, 22.11.2006, 10.10 Uhr, Uni West 43.2.104**)

22. a) Berechne die Real– und Imaginärteile und Beträge der folgenden Zahlen.

$$\frac{i-3}{2+i}, \quad (3-i)(1+i)\overline{(3-i)}, \quad \left(\frac{1+i}{\sqrt{2}}\right)^{108}, \quad e^{i\pi/2}-e^{i\pi/3}, \quad e^{(3+i)x}\ (x\in\mathbb{R})$$

b) Stelle folgende Zahlen in Polarkoordinaten dar.

$$\sqrt{3}+i, \quad 1+i, \quad \frac{\sqrt{3}+i}{1+i}, \quad \left(e^{\frac{\pi i}{5}}\right)^3, \quad \sqrt[5]{i}$$

(12 Punkte)

23. Berechne die folgenden unbestimmten Integrale.

a) $\int \sin(5x)\,dx$ b) $\int \frac{x^3\,dx}{\sqrt{1+x^4}}$ c) $\int \frac{2x+1}{x^2+2x+5}\,dx$

d) $\int \sin(4x)\cos(3x)\,dx$ e) $\int \cos^5 x\,\sin x\,dx$ f) $\int \frac{dx}{\sqrt{x(2-x)}}$

(je 2 Punkte)

24. Berechne die folgenden bestimmten Integrale.

a) $\int_{\sqrt{3}}^{2} 2x(x^2-3)^5\,dx$ b) $\int_0^1 \frac{dx}{1+3x^2}$ c) $\int_1^{3/2} \frac{dx}{\sqrt{x(2-x)}}$

d) $\int_0^1 e^{-\sqrt{t}}\,dt$ e) $\int_0^{\pi} e^{2t}\cos t\,dt$ f) $\int_{\pi/4}^{\pi/3} \frac{\cos^3 t}{\sin^2 t}\,dt$

g) $\int_1^e \frac{\log x}{x}\,dx$ h) $\int_{1/2}^{\sqrt{3}/2} \frac{\arcsin x}{\sqrt{1-x^2}}\,dx$ i) $\int_0^{\pi/6} \frac{dx}{\cos x}$

(je 2 Punkte)

25. Berechne für die Hyperbel mit der Gleichung $x^2-y^2=1$ jeweils den Inhalt der Fläche, die von der Hyperbel und den beiden Verbindungsstrecken vom Nullpunkt zu den Hyperbelpunkten $\begin{pmatrix} x \\ \pm y \end{pmatrix}$ begrenzt wird. Stelle die beschriebene Fläche in einer Zeichnung dar.

(4 Punkte)

Tutoriumsaufgaben:

A) a) Berechne die Real– und Imaginärteile und Beträge der folgenden Zahlen.

$$(1+2i)(1-3i)\overline{(1+2i)}, \quad \left(\frac{\sqrt{2}}{1-i}\right)^4, \quad \frac{1+i\sqrt{3}}{\sqrt{3}+i}.$$

b) Beweise für $z\in\mathbb{C}$:

(i) $\overline{e^z}=e^{\overline{z}}$

(ii) $|z|=1 \iff z\neq 0$ und $\frac{1}{z}=\overline{z}$

B) Berechne die folgenden unbestimmten Integrale:

a) $\int x(x^2-1)^{24}\,dx$ b) $\int \frac{2x\,dx}{\sqrt{5+4x-x^2}}$ c) $\int \frac{\arctan x}{1+x^2}\,dx$

d) $\int \frac{dx}{x^3(x-1)}$ e) $\int \frac{\cos\sqrt{x}}{\sqrt{x}}\,dx$

C) Berechne die folgenden Integrale:

a) $\int_0^{2\pi} |\sin x|\,dx$ b) $\int_0^1 x\,e^x\,dx$ c) $\int_{1/2}^1 \frac{dx}{\sqrt{4x-1}}$

d) $\int_{\pi/6}^{\pi/2} x\cos x\,dx$ e) $\int_0^{\pi} e^x\sin x\,dx$ f) $\int_0^{1/2} \arcsin x\,dx$