L. Tomm Blatt 9

Übungen zur Höheren Mathematik I für Elektrotechniker

(Abgabe: Donnerstag, 21.12.2006, 8.10 Uhr, H 12)

38. Finde — soweit existent — die Inversen der Matrizen

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 4 & 1 \\ 1 & 1 & 4 & 0 \\ 2 & 4 & -2 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 9 & 11 & 7 \\ 5 & -1 & 9 \\ 3 & 10 & -1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 4 & 1 & 4 \\ 2 & 2 & 5 \end{pmatrix}$$

sowie Matrizen X, Y, Z mit

$$AX = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 4 & -4 \\ 5 & -4 \\ 0 & 5 \end{pmatrix} \quad \text{bzw.} \quad YA = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{bzw.} \quad ZA = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 7 & 0 \\ 5 & 3 \end{pmatrix}.$$

(9 Punkte)

39. Im folgenden ist jeweils das n–te Glied einer Folge angegeben. Finde alle eigentlichen und uneigentlichen Häufungswerte der Folge und bestimme gegebenenfalls ihren Grenzwert.

a) $\left(1+\dfrac{1}{n}\right)^9$ b) $\dfrac{(n+1)^2-3}{n^2+2n+5}$ c) $\tan\dfrac{n\pi}{3}+\cos\dfrac{n\pi}{4}$ d) $\sqrt{n^2+n}-n$

e) $\dfrac{2^n+3^n}{(-2)^n+3^n}$ f) $\dfrac{1+(-5)^n}{5^n-1}$ g) $(-1)^n\,n+\dfrac{3n^2-1}{3n+2}$

(je 3 Punkte)

40. Zeige direkt mit der Definition der Folgenkonvergenz: $\displaystyle\lim_{n\longrightarrow\infty}\frac{n^2+1}{2n(n+1)}=\frac{1}{2}$

(4 Punkte)

41. Es sei a der Grenzwert einer konvergenten Folge (a_n) in $[0,\infty)$. Zeige: $\sqrt{a_n}\longrightarrow\sqrt{a}$

(5 Punkte)

Tutoriumsaufgaben:

A) Invertiere — soweit möglich — die Matrizen

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 0 & 6 \\ 1 & 1 & 5 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 1 & 4 & 6 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 2 & 2 & -1 \\ -1 & 1 & -4 \end{pmatrix}.$$

B) Zeige: Besitzt eine quadratische Matrix A nur ganzzahlige Elemente und ist $\det A = \pm 1$, so enthält auch A^{-1} nur ganzzahlige Elemente.

C) Im folgenden ist jeweils das n–te Glied einer Folge angegeben. Finde alle eigentlichen und uneigentlichen Häufungswerte der Folge und bestimme gegebenenfalls ihren Grenzwert.

a) $\dfrac{8n^3+5n}{2n^3+1}$ b) $\left(1+\dfrac{1+(-1)^n}{n}\right)^n$ c) $\sqrt{n}\left(\sqrt{n+2}-(-1)^n\sqrt{n}\right)$

D) Zeige direkt mit der Definition der Folgenkonvergenz: $\displaystyle\lim_{n\longrightarrow\infty}\frac{6n^2+5n}{2n^2+1}=3$