L. Tomm Blatt 10

Übungen zur Höheren Mathematik I für Elektrotechniker

(Abgabe: Donnerstag, 18.1.2007, 8.10 Uhr, H 12)

42. Zeige, daß die folgenden Grenzwerte existieren, und berechne sie:

a) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{n+1}{n+2}\right)^{n+3}$ b) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(1+\frac{2n}{3n^2+6}\right)^{3n}$ c) $\lim\limits_{n\to\infty} n^9 z^n \quad (z\in\mathbb{C}, |z|<1)$

d) $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{(\log n)^{120}}{\sqrt{n}}$ e) $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{\log(3n-5)+\log_7 n}{\log_4 n}$ f) $\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{2n^3+1}$

(je 3 Punkte)

43. Untersuche die folgenden Reihen auf Konvergenz.

a) $\sum\limits_{n=2}^{\infty}\frac{(-1)^n}{\log n}$ b) $\sum\limits_{n=0}^{\infty}\left(\frac{1+i}{2}\right)^n$ c) $\sum\limits_{n=2}^{\infty}(\log n)^{-\log n}$ d) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{\sqrt[n]{n}}$

e) $\sum\limits_{n=0}^{\infty}\frac{n!}{n^n}$ f) $\sum\limits_{n=2}^{\infty}(\sqrt[n]{n}-1)^n$ g) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{n^3-1}{n^4+1}$

(je 3 Punkte)

44. Für welche reellen Zahlen α konvergiert die Reihe $\sum\limits_{n=2}^{\infty}\frac{1}{n(\log n)^{\alpha}}$?

Hinweis: Cauchyscher Verdichtungssatz (4 Punkte)

45. Finde
   a) die Dezimal–, Oktal– und Hexadezimaldarstellung von $101101,01_2$ und $1,1\overline{10}_2$.
   b) die Binär–, Oktal– und Hexadezimaldarstellung von $0,3$.

(je 3 Punkte)

46. Bestimme die Konvergenzradien der folgenden Potenzreihen.

a) $\sum\limits_{k=0}^{\infty}\frac{x^k}{\sqrt{k!}}$ b) $\sum\limits_{n=0}^{\infty}(1+i)^n x^n$ c) $\sum\limits_{k=1}^{\infty}\left(1+\frac{(-1)^k}{2k}\right)^{k^2}x^k$

d) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{(2n)!}{n!}\left(\frac{x}{n}\right)^n$ e) $\sum\limits_{n=0}^{\infty}\frac{2^n x^{2n}}{3n+1}$ f) $\sum\limits_{n=0}^{\infty}n^n x^{n^2}$

(je 3 Punkte)

Tutoriumsaufgaben:

A) Welche der folgenden Grenzwerte existieren?

a) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{n^2+1}{n^2+3n+2}\right)^{4n}$ b) $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{n^7 2^n+(-5)^n}{n^2+5^n}$ c) $\lim\limits_{n\to\infty} e^{-n}\sqrt{\log n}$

d) $\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[3n]{2n^2-n}$

B) Untersuche die folgenden Reihen auf Konvergenz.

a) $\sum\limits_{n=2}^{\infty}(-1)^n\frac{n}{\sqrt{n^2+1}}$ b) $\sum\limits_{k=1}^{\infty}\frac{1}{4k^2-1}$ c) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{3^n}$

d) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^n\cdot\left(\left(1+\frac{2}{n}\right)^n-e^2\right)$

C) Bestimme die Konvergenzradien der folgenden Potenzreihen.

a) $\sum\limits_{k=1}^{\infty}(2x-1)^k$ b) $\sum\limits_{k=1}^{\infty}\left(1-\frac{k+2}{k^3}\right)^{k^3}x^k$ c) $\sum\limits_{k=1}^{\infty}\frac{x^{2k}}{\binom{2k}{k}}$ d) $\sum\limits_{k=0}^{\infty}\frac{x^k}{(2+i^k)^k}$