L. Tomm Blatt 11

Übungen zur Höheren Mathematik I für Elektrotechniker

(Abgabe: Donnerstag, 25.1.2007, 8.10 Uhr, H 12)

47. Bestimme — soweit existent — die folgenden Limites[1].

a) $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{x^2-4}{x^2-3x+2}$ b) $\lim\limits_{x\to 3+} \dfrac{4x+1}{x^2-x-6}$ c) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{x}{e^x-e^{-x}}$

d) $\lim\limits_{t\to 0} \dfrac{\cosh t - 1}{t^2}$ e) $\lim\limits_{x\to\infty} \left(\sqrt{x^2+3x}-x\right)$ f) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{x^2+x}{x^4+|x|}$

(je 3 Punkte)

48. Zeige, daß durch

$$f(x) \;=\; 2x + \log x$$

eine bijektive Funktion $f : (0,\infty) \longrightarrow \mathbb{R}$ definiert ist, deren Umkehrfunktion in ganz $\mathbb{R}$ differenzierbar ist. Finde den Wert von $\left(f^{-1}\right)'(2)$.

(4 Punkte)

49. Für welche reellen Zahlen a, b ist durch

$$f(x) := \begin{cases} a(x+b) & \text{für } x \le 0 \\ e^{bx} & \text{für } x > 0 \end{cases}$$

eine bei Null differenzierbare Funktion erklärt? (4 Punkte)

[1] d.h. eigentlichen oder uneigentlichen Grenzwerte

50. Betrachte die Funktionen $f(x) := 3 - x^2$ und $g(x) := \sqrt{9-x^2}$ im Intervall $[a,b] := [0,3]$. Überprüfe,

a) auf welche der beiden Funktionen der 1. Mittelwertsatz der Differentialrechnung
b) ob der 2. Mittelwertsatz der Differentialrechnung auf f und g

im vorgegebenen Intervall anwendbar ist. Gib in jedem Fall alle $\xi \in (a,b)$, deren Existenz nach der Aussage des entsprechenden Satzes garantiert wird, explizit an.

(6 Punkte)

Tutoriumsaufgaben:

A) Bestimme — soweit existent — die folgenden Limites.

a) $\lim\limits_{t\to 0+} \dfrac{(1+t)^3-2}{t}$ b) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sin x}{x}$ c) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sin^2 x}{x^3}$

d) $\lim\limits_{x\to 2} \left(\dfrac{1}{2x-1} - \dfrac{4}{5x+2}\right) \cdot \dfrac{1}{x-2}$

B) Zeige, daß die Gleichung

$$\frac{x^2+1}{x} + \frac{x^6+1}{x-1} \;=\; 0$$

im Intervall $(0,1)$ mindestens eine Lösung besitzt.

C) Für welche positiven Zahlen a, b ist durch

$$f(x) := \begin{cases} \log(ax+b) & \text{für } 0 \le x \le 1 \\ e^{b(x-1)} & \text{für } x > 1 \end{cases}$$

eine bei 1 differenzierbare Funktion erklärt?

Die 2. Klausur findet, wie bereits bekanntgegeben, am 15.2.2007 um 16.15 Uhr in den Hörsälen H 20 und H 22 statt.