Prof. Dr. U.Jensen / J. Wiedmann

SS 99
Blatt 7
10.06.1999

Übungen zu Statistik I

(Abgabe: Donnerstag, den 17.06.1999, vor den Übungen)

1. Sei $X_n \sim t_n$. Zeigen Sie:

$$\lim_{n\to\infty} X_n \stackrel{d}{=} Y \sim N(0,1)$$

(5)

2. Sei $X_1, \ldots, X_n$ eine einfache Stichprobe.

   a) Bestimmen Sie ein Konfidenzintervall zum Niveau $1-\alpha$ für θ unter der Annahme $X \sim U(0,\theta)$ mit $\theta > 0$. (3)

   b) Bestimmen Sie jeweils ein asymptotisches Konfidenzintervall für θ, falls:

      (i) $X \sim U(0,\theta)$ mit $\theta > 0$ (2)

      (ii) $X \sim Exp(\theta)$. (2)

3. Gegeben sei folgendes lineares Modell: $X_i = \frac{\theta}{2} t_i^2 + \epsilon_i$, $i = 1, \ldots, n$. Hierbei seien ϵ_i unabhängige, normalverteilte Zufallsvariablen mit Erwartungswert 0 und bekannter Varianz σ^2, $\sigma > 0$.

   a) Bestimmen Sie ausgehend vom Maximum-Likelihood Schätzer für θ ein exaktes $100(1-\alpha)\%-$Konfidenzintervall der Länge $L > 0$ für θ, $\alpha \in (0,1)$. (3)

   b) Legen Sie unter der zusätzlichen Annahme $0 \le t_i \le 1 \quad i = 1, \ldots, n$ die t_i's derart fest, so daß das Konfidenzintervall zum Konfidenzniveau $1-\alpha$ so kurz wie möglich wird. (2)

4. Gegeben seien folgende Daten aus den Jahren 1961-69. Nehmen Sie an, daß ein lineares Regressionsmodell zugrunde liegt (unabhängige Variable = verfügbares Einkommen; abhängige Variable = privater Verbrauch).

Jahr	PrivaterVerbrauch in Preisen von 1954	Verfügbares persönliches Einkommen, deflationiert auf 1954
1961	162.98	178.57
1962	172.77	189.28
1963	177.90	197.47
1964	187.53	211.22
1965	199.49	227.38
1966	206.50	233.34
1967	207.69	233.99
1968	215.08	244.80

   a) Schätzen Sie die Regressionsgerade mittels der Methode der kleinsten Fehlerquadrate. (4)

   b) Bestimmen Sie einen 95%-Konfidenzbereich für $\underline{\beta} = (\beta_0, \beta_1)^T$ und skizzieren Sie diesen. (4)