Prof. Dr. U.Jensen / J. Wiedmann

SS 99
Blatt 9
24.06.1999

Übungen zu Statistik I

(Abgabe: Donnerstag, den 01.07.1999, vor den Übungen)

1. Sei $Y \sim F_{m,n}$. Zeigen Sie:

   a) $F_{m,n}(x) + F_{n,m}(\frac{1}{x}) = 1 \quad$ für $x > 0$. (4)

   b) $\lim\limits_{n\to\infty} mY \stackrel{d}{=} X \sim \chi^2(m), \quad m$ fest. (4)

2. Folgende Daten geben das Gewicht von bestimmten Tabletten an:

   1.19 1.23 1.18 1.21 1.27 1.17 1.15 1.14 1.19 1.20

   Nehmen Sie an, die Daten entstammen einer normalverteilten Grundgesamtheit (μ, σ^2 unbekannt), und testen Sie jeweils zum Niveau $\alpha = 0.05$ folgende Hypothesen:

   a) $H_0 : \mu = 1.2$ gegen $H_1 : \mu \neq 1.2$ (2)

   b) $H_0 : \sigma^2 \geq 0.01$ gegen $H_1 : \sigma^2 < 0.01$. (2)

3. Zwei Garnsorten sind hinsichtlich ihrer Reißfestigkeit zu vergleichen. Folgende Tabelle gibt eine Meßreihe der Reißfestigkeit für die beiden Garnsorten an (die entsprechenden Merkmale seinen normalverteilt mit unbekannten Parametern):

Garn A:	253	244	253	261	260	239	268	247		
Garn B:	268	274	266	256	266	273	260	264	271	261

   Testen Sie zum Signifikanzniveau $\alpha = 0.1$:

   a) $\mu_1 = \mu_2$ unter der Annahme $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$. (2)

   b) Ist diese Annahme gerechtfertigt ? (2)

4. Sei $X_1, \ldots, X_n$ einfache Stichprobe. Bestimmen Sie einen besten Test zur Irrtumswahrscheinlichkeit α für das Testproblem:

   a) $H_0 : \theta = \theta_0$ gegen $H_1 : \theta = \theta_1 \quad (\theta_0, \theta_1$ bekannt, $0 < \theta_0 < \theta_1 < 1)$, falls $X_i \sim B(1, \theta)$. Wie lautet die Testentscheidung im Falle $n = 5, \quad \alpha = 0.05, \quad \theta_0 = \frac{1}{2}, \quad \theta_1 = \frac{3}{4}, \quad \bar{X} = 0.8$? (5)

   b) $H_0 : \mu = \mu_0, \sigma = \sigma_0$ gegen $H_1 : \mu = \mu_1, \sigma = \sigma_0 \quad (\mu_0, \mu_1, \sigma_0$ bekannt, $\mu_0, \mu_1 \in \mathbb{R}, \sigma_0 > 0, \mu_1 < \mu_2)$, falls $X_i \sim N(\mu, \sigma)$? (3)