

Räumliche Statistik II

Übungsblatt 2

Präsentation der Lösungen: Freitag, 11.05.2007 um 9.00 Uhr in Raum E60

Aufgabe 1 Zeige, dass ein unabhängig markierter Punktprozess $\{(S_n, L_n)\}$ stationär ist, wenn der zugrundeliegende (unmarkierte) Punktprozess $\{S_n\}$ stationär ist.

Aufgabe 2 Finde ein Beispiel für einen markierten Punktprozess $\{(S_n, L_n)\}$, der nicht ergodisch ist, obwohl der zugrundeliegende Prozess $\{S_n\}$ ergodisch ist.

Aufgabe 3 Der stationäre markierte Punktprozess $\{(S_n, L_n)\}$ sei unabhängig markiert. Sei $G: \mathcal{L} \rightarrow [0, 1]$ mit

$$G(C) = P(L_n \in C) \quad \forall C \in \mathcal{L}$$

die Verteilung der unabhängig und identisch verteilten Zufallsvariablen $L_1, L_2, \dots: \Omega \rightarrow \mathbb{L}$. Zeige, dass für jedes $C \in \mathcal{L}$ mit $G(C) > 0$ gilt, dass $\lambda_C > 0$ und

$$P_{o,C}(C') = \frac{G(C')}{G(C)} \quad \forall C' \in \mathcal{L}_{C'},$$

wobei $P_{o,C}(C') = \frac{\lambda_{C'}}{\lambda_C}$ die Palmsche Markenverteilung von $\{(S_n, L_n)\}$ bezüglich der Markenmenge C bezeichnet.

Aufgabe 4 Sei $\{(S_n, L_n)\}$ ein ergodischer markierter Punktprozess auf $\mathbb{R}^d \times \mathbb{L}$ und $C \in \mathcal{L}$ mit $0 < \lambda_C < \infty$. Gib für eine gegebene Menge $C' \in \mathcal{L}_C = \mathcal{L} \cap C$ einen asymptotisch erwartungstreuen und stark konsistenten Schätzer für $P_{o,C}(C') = \frac{\lambda_{C'}}{\lambda_C}$ an.