Seminar „Bildsegmentierung und Computer Vision“
im Wintersemester 2005/2006
an der Universität Ulm

Wasserscheidenansätze zur Bildsegmentierung II

bearbeitet von Johannes Renfordt

Betreuer: Dipl.-Math. oec. Frank Fleischer

Inhaltsverzeichnis

1 Einführung

Die Ideen und Vorgehensweisen, die in diesem Text erläutert werden, sind der Arbeit *Mosaics and Watersheds* ([Najman05]) von L. Najman, Michel Couprie und Gilles Bertrand entnommen.

1.1 Wasserscheidentransformation

Die Idee der Wasserscheidentransformation stammt aus den Geowissenschaften: verfolgt man in einem Flußsystem abfließendes Wasser, kann man so die Einzugsgebiete verschiedener Flüße voneinander abgrenzen.
In der Bildverarbeitung geht man bei Wasserscheidentransformationen analog vor: man ordnet jedem Bildpunkt ein Minimum zu und trennt die Minima durch Dämme. Diese Dämme entsprechen in der Natur den Höhenzügen.

1.2 Graphentheorie

Unter Zuhilfenahme der Graphentheorie kann man (Graustufen-)Bilder recht einfach mathematisch beschreiben:

Definition 1.1 (Graph) *Sei E eine endliche Menge von Ecken oder Punkten und sei $\Gamma \subseteq E \times E$ eine Relation. Das Paar (E, Γ) heißt* ungerichteter Graph*, falls $\forall x, y \in E$ gilt:*

- $(x, x) \in \Gamma$ *und*
- $(x, y) \in \Gamma \Leftrightarrow (y, x) \in \Gamma$.

Definition 1.2 (Nachbarschaft) *Sei (E, Γ) ein Graph. Die* Nachbarschaft *eines Punktes $x \in E$ ist definiert durch $\Gamma(x) := \{y \in E | (x, y) \in \Gamma\}$.*
Ist $y \in \Gamma(x)$, so heißen x und y benachbart.

Definition 1.3 (Pfad) *Sei (E, Γ) ein Graph, sei $X \subseteq E$ und die Punkte x_0 und x_n seien in X. Ein* Pfad von x_0 nach x_n in X *ist eine Folge $\pi = (x_0, x_1, \ldots, x_n)$ von Punkten in X, so daß $x_{i+1} \in \Gamma(x_i)$ für $i = 0, \ldots, n-1$.*

Definition 1.4 (Zusammenhängender Graph) *Sei (E, Γ) ein Graph, sei $X \subseteq E$.*
Zwei Punkte $x, y \in E$ heißen verbunden in X*, falls ein Pfad von x nach y in X existiert. Sind alle $x, y \in X$ verbunden, so heißt X* zusammenhängend.

Im Folgenden sei der Graph (E, Γ) immer zusammenhängend.

Definition 1.5 (Zusammenhangskomponente) *Sei (E, Γ) ein Graph, sei $X \subseteq E$.*
Eine Menge $Y \subseteq E$ nennt man Zusammenhangskomponente von X *oder auch* verbundene Komponente*, falls gilt:*

- *$Y \subseteq X$,*

- *Y ist zusammenhängend und*

- *Y ist in diesen Eigenschaften maximal, d.h., daß es keine größere Menge Z gibt, die Y enthält und ebenfalls diese Eigenschaften erfüllt.*

Definition 1.6 (Bild) *Sei (E, Γ) ein Graph. Sei $\mathcal{F}(E)$ die Menge aller Abbildungen von E nach $\mathbb{Z}$. Eine Abbildung $F \in \mathcal{F}(E)$ heißt ein* Bild *und $F(x)$ wird die* Höhe *von x bezüglich F genannt, falls x in E enthalten ist.*

2 Mosaike

Im Folgenden sei immer ein zusammenhängender, ungerichteter Graph (E, Γ) gegeben.

2.1 Definition

Für den Begriff *Mosaik* benötigt man zunächst das Konzept einer Minima-Erweiterung:

Definition 2.1 (Minima-Erweiterung) *Sei X eine Teilmenge von E und sei F ein Bild. X heißt* Minima-Erweiterung *von F, falls gilt:*

- *jede Zusammenhangskomponente von X enthält genau ein Minimum von F und*

- *jedes lokale Minimum von F ist in genau einer Zusammenhangskomponente von X enthalten.*

Das Komplement einer Minima-Erweiterung von F in E heißt Trennungsmenge *von F.*

Durch diese Definition werden die lokalen Minima möglichst umfassend erweitert, denn eine Zusammenhangskomponente ist nach Definition maximal. Nicht in der Minima-Erweiterung erfaßt sind die Dämme, die die Minima voneinander trennen.

Die folgende Definition des Begriffes *Mosaik* erweitert das Konzept der Minima-Erweiterung.

Definition 2.2 (Mosaik) *Sei F ein Bild und sei X eine Minima-Erweiterung von F. Das* Mosaik *von F bezüglich X ist ein Bild $F_X \in \mathcal{F}(E)$, für das gilt:*

- *$\forall x \notin X$, $F_X(x) = F(x)$ und*

- *$\forall x \in X$, $F_X(x) = \min\{F(y) | y \in C_x\}$, wobei C_x diejenige Zusammenhangskomponente von X angibt, die x enthält.*

2.2 Beispiel

Die Punkte der Trennungsmenge haben im Mosaik also ihren ursprünglichen Grauwert, während die Punkte, die durch die Minima-Erweiterung einem Minimum zugewiesen worden sind, den Grauwert dieses Minimums annehmen. Dieser Sachverhalt wird noch einmal in den Abbildungen 1 und 2 auf der nächsten Seite deutlich.

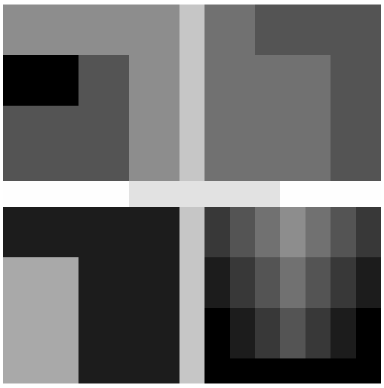

Abbildung 1: Originalbild

Abbildung 2: zugehöriges Mosaik

3 Flutungsalgorithmus

Es gibt verschiedene Möglichkeiten, aus einem Graustufenbild Minima-Erweiterungen und damit auch Mosaike zu generieren. Ein sogenannter Flutungsalgorithmus soll im Folgenden vorgestellt werden.

3.1 Idee des Flutungsalgorithmus

Man interpretiert ein Graustufenbild als 3-dimensionales Modell und bohrt in die Minima Löcher. Drückt man durch diese Löcher von unten Wasser in das Modell, werden sich an den Minima Seen entwickeln, die ständig an Höhe gewinnen. Drohen sich solche Seen zu vereinigen, errichtet man an den Berührungspunkten Dämme. Auf diese Weise entsteht aus den Seen eine Minima-Erweiterung des Bildes. Die Dämme stellen dabei die Trennungsmenge dar.

3.2 Algorithmus

Ein möglicher Flutungsalgorithmus:

1. weise jedem lokalen Minimum des zu bearbeitenden Bildes eine eindeutige Kennzeichnung zu;
2. markiere jeden Bildpunkt eines lokalen Minimums mit der Kennzeichnung des jeweiligen Minimums;
3. initialisiere die Mengen Q und V als leere Mengen;
4. füge jeden nicht-markierten Nachbar der markierten Punkte der Menge Q hinzu;
5. wähle (und entferne) aus Q denjenigen Punkt x mit der geringsten Höhe und füge x der Menge V hinzu. Falls alle Punkte aus der Nachbarschaft $\Gamma(x)$ von x die selbe Markierung haben, dann

- kennzeichne x mit dieser Markierung und
- füge Q alle diejenigen Punkte $y \in \Gamma(x)$ hinzu, für die $y \notin Q \cup V$ gilt;

6. wiederhole vorigen Schritt solange, bis Q leer ist.

Der Algorithmus macht keine Aussage darüber, welcher Bildpunkt aus der Menge der noch nicht abgearbeiteten Punkte Q als nächstes entnommen wird, wenn es mehrere Bildpunkte mit der gleichen Höhe gibt. Oft wird in diesem Fall derjenige Bildpunkt ausgewählt, der von den fraglichen als erstes der Menge Q hinzugefügt wurde (sogenannte FIFO-Regel[1]).
Je nach Vorgehen bzw. Implementierung können sich also verschiedene Minima-Erweiterungen ergeben.

3.3 Beispiel

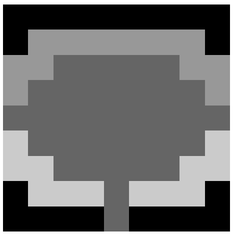

Abbildung 3: Originalbild

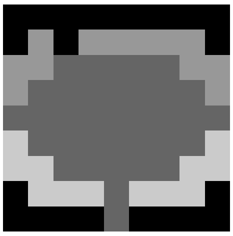

Abbildung 4: Zwischenbild

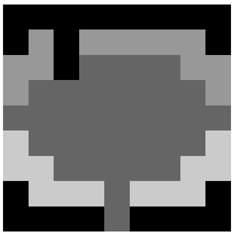

Abbildung 5: Zwischenbild

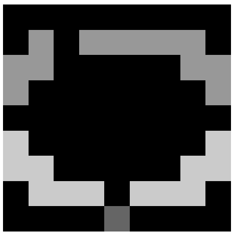

Abbildung 6: Zwischenbild

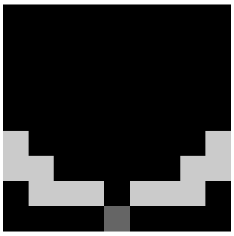

Abbildung 7: Zwischenbild

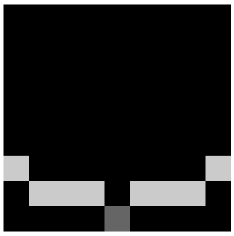

Abbildung 8: Mosaik

Die Abbildungen 3 bis 8 zeigen die wichtigsten Schritte des Flutungsalgorithmus.

4 Mosaike in der Praxis

Betrachtet man durch Wasserscheidentransformationen erzeugte Segmentierungen, wird man sehr häufig feststellen, daß die Bilder übersegmentiert sind. Oft geht die Übersegmentierung so weit, daß keine Objekte im transformierten Bild mehr erkannt werden können.

[1] engl., first in - first out

Da jedes Segment zu einem Minimum gehört, kann man also in einer Vorbearbeitung des Bildes dafür sorgen, daß die Anzahl der Minima eines Bildes verringert wird.

4.1 Übergang zur 8er-Nachbarschaft

Implizit ist bisher eine *4er-Nachbarschaft* zwischen einzelnen Bildpunkten unterstellt worden. Dabei heißt 4er-Nachbarschaft, daß die direkt horizontal und vertikal benachbarten Bildpunkte zur Nachbarschaft jeden Punktes gehören. Zur *8er-Nachbarschaft* gehören zusätzlich noch die diagonalen Nachbarn. Die Abbildungen 9 und 10 zeigen den Unterschied in der bildlichen Darstellung.

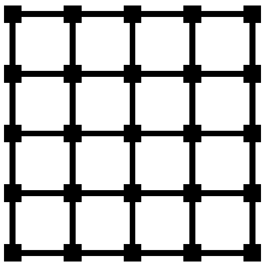

Abbildung 9: 4er-Nachbarschaft

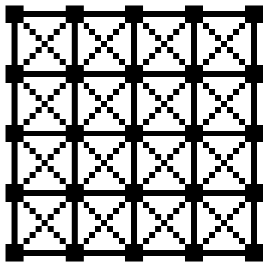

Abbildung 10: 8er-Nachbarschaft

Der Vorteil des Überganges zur 8er-Nachbarschaft besteht darin, daß jedes lokale Minimum bei 8er- gleichzeitig auch ein lokales Minimum bei 4er-Nachbarschaft ist, die Umkehrung jedoch i.a. nicht gilt. Durch Verwendung der 8er-Nachbarschaft wird also die Anzahl der Minima möglicherweise verringert. In der Praxis stellt sich heraus, daß diese Verringerung sogar deutlich ist.

4.2 Glättung

Oft sind die zu segmentierenden Bilder verrauscht. Durch Rauschen entsehen zusätzliche Minima, die die natürlichen Minima des Bildes abwerten, da man den Ursprung des jeweiligen Minimas im Nachhinein nicht mehr nachvollziehen kann. Durch geeignete Glättungsverfahren kann man versuchen, kleinere, punktuelle Minima aus dem Bild zu entfernen und so auch eventuelles Rauschen im Bild zu unterdrücken (vgl. Abbildungen 11 und 12 auf der nächsten Seite).

Zum Glätten stehen verschiedene Verfahren zur Verfügung. Allen gemeinsam ist, daß sie auf einer $n \times m$-Umgebung um den zu glättenden Bildpunkt arbeiten. Diese Umgebung sollte allerdings nicht zu groß gewählt sein, da sonst das Bild komplett eingeebnet

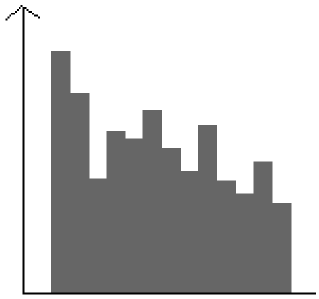

Abbildung 11: ohne Glättung

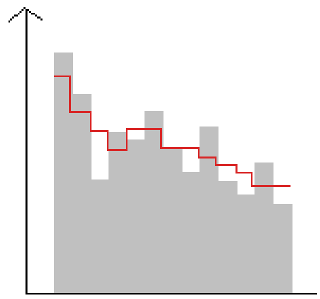

Abbildung 12: mit Glättung

werden könnte.
Mögliche Verfahren sind:

- Mittelwertfilter: alle Bildpunkte in der zu betrachtenden Umgebung werden gleich gewichtet;
- Medianfilter: der Bildpunkt mit dem mittleren Grauwert in der Umgebung wird als neuer Wert des zu glättenden Bildpunktes gewählt;
- Gaußfilter: die Gewichte der Bildpunkte aus der Umgebung ergeben sich nach der Dichte der 2-dimensionalen zentrierten Normalverteilung.

Wird ein Gaußfilter zur Glättung verwendet, kommt mit der Varianz der Normalverteilung ein Parameter in das ansonsten parameterfreie Vorgehen der Wasserscheidentransformation.
Die Wahl des richtigen Filters hängt von der Art des zu bearbeitenden Bildes ab. So kann beispielsweise bei ungünstigen Bildern mit sehr schmalen Konturen ein Medianfilter ein leeres Bild liefern.

4.3 Nachbearbeitung

Auch nach der erfolgten Segmentierung kann das Ergebnis noch verbessert werden. Betrachtet man ein Mosaik, so wird man oft feststellen, daß zahlreiche Dämme die sie umgebenden Minima-Erweiterungen auf weiten Strecken nur marginal überragen. Hier kann man ansetzen und durch Zusammenlegung von Minima-Erweiterungen die Anzahl der Segmente verringern. Dafür stehen verschiedene Ansätze zur Verfügung, so z.B. die sogenannte *Wasserfall-Methode*.

5 Eigenschaften von Mosaiken

Das Ziel jeder Transformation ist es, die wesentlichen Eigenschaften zu erhalten und hervorzuheben. Das Merkmal der Höhe der lokalen Minima wird bei der Wasserscheiden-

segmentierung und damit auch bei der Generierung von Mosaiken nicht verändert.
Im Folgenden wird noch ein weiteres Bildmerkal untersucht.

Zuerst zwei Definitionen:

Definition 5.1 (Paßhöhe) *Sei (E, Γ) ein Graph, sei $F \in \mathcal{F}(E)$ ein Bild und sei $\pi = (x_0, \ldots, x_n)$ ein Pfad im Graphen (E, Γ). Weiterhin sei die Höhe des Pfades durch $F(\pi) := \max\{F(x_i)|i = 0, \ldots, n\}$ definiert.*
Seien x und y zwei Punkte aus E. Dann heißt $F(x, y) := \min\{\pi \in \Pi(x, y)\}$ die Paßhöhe *bezüglich F zwischen x und y, wobei $\Pi(x, y)$ die Menge aller Pfade zwischen x und y angibt.*
Sind X und Y zwei Teilmengen von E, dann wird die Paßhöhe *bezüglich F zwischen X und Y durch $F(X, Y) := \min\{F(x, y)|x \in X, y \in Y\}$ definiert.*

Definition 5.2 *Sei (E, Γ) ein Graph, sei $F \in \mathcal{F}(E)$ ein Bild und seien x, y aus der Menge der Kanten. Falls $F(x, y) > \max\{F(x), F(y)\}$ gilt, dann heißen x und y* separiert *bezüglich F.*
Sind x und y bezüglich F getrennt und gibt k die Paßhöhe $F(x, y)$ an, dann werden x und y auch als k-separiert *bezüglich F bezeichnet.*

Mit diesen Hilfsmitteln kann man den Begriff der *Separation* definieren:

Definition 5.3 (Separation) *Sei (E, Γ) ein Graph, seien $F, G \in \mathcal{F}(E)$ zwei Bilder und gelte $G < F$. Falls $\forall x, y \in E$ aus x und y sind k-separiert bezüglich F folgt, daß x und y auch k-separiert bezüglich G sind, dann heißt G eine* Separation *von F.*

Wie man an Abbildung 8 auf Seite 4 sehen kann, ist nicht jedes Mosaik auch eine Separation des Originalbildes. In diesem Beispiel verringern sich die minimalen Paßhöhen zwischen den drei lokalen Minima.

Für größere Bilder ist die Definition einer Separation nur mit viel Aufwand überprüfbar. Ziel ist nun, eine geeignet Äquivalenz formulieren zu können. Dafür benötigt man weitere Definitionen. Dabei sei immer (E, Γ) ein Graph und $F \in \mathcal{F}(E)$ ein Bild.

Definition 5.4 (Oberabschnitt) *Die Menge $F_k := \{x \in E|F(x) \geq k\}$, $k \in \mathbb{Z}$, wird* Oberabschnitt *von F genannt.*

Definition 5.5 *Sei $X \subseteq E$.*
Ein Punkt x aus X heißt einfach *bezüglich F, wenn x zu genau einer Zusammenhangskomponente der Trennungsmenge von F benachbart ist.*
Ein Punkt x heißt zerstörbar *bezüglich F, wenn x einfach bezüglich F ist.*

Definition 5.6 (Ausdünnung) *Ein Bild $G \in \mathcal{F}(E)$ wird* Ausdünnung *von F genannt, falls gilt:*

- *$F = G$ oder*
- *G kann aus F erzeugt werden, indem sukzessive die zerstörbaren Punkte entfernt werden.*

Damit kann folgende Äquivalenz formuliert werden:

Theorem 5.1 *Sei (E, Γ) ein Graph und $F \in \mathcal{F}(E)$ ein Bild. Ist $X \subseteq E$ eine Minima-Erweiterung von F und F_X das Mosaik von F bezüglich X, dann gilt:*
F_X ist eine Separation von F genau dann, wenn F_X eine Ausdünnung von F ist.

6 Implementierung

Der angegebene Flutungsalgorithmus ist relativ einfach zu implementieren. Besondere Beachtung sollte dabei aber die Darstellung der Menge Q erhalten, die diejenigen Bildpunkte enthält, die aktuell noch abgearbeitet werden müssen.

6.1 Erste Idee: verkettete Liste

Ein Standardvorgehen zu einer solchen Darstellung ist eine sortierte verkettete Liste. Dabei zeigt jeder Knoten auf den folgenden und zusätzlich noch auf den Bildpunkt, den er repräsentiert. In der Sprache C kann man beispielsweise eine Struktur wie die folgende verwenden.

```
typedef struct {
        priorList* next;
        pixel* p;
} priorList;
```

Als problematisch erweist sich aber schnell bei größeren Bildern die Tatsache, daß diese Liste sehr lang werden kann. Beim Einfügen neuer Bildpunkte in diese Liste müssen u.U. sehr viele Vergleiche durchgeführt werden, bis die richtige Stelle des Bildpunktes in der Liste erreicht ist. Das eigentliche Einfügen ist dabei unkritisch, da hierbei nur wenige Zeiger umgehängt werden müssen.

6.2 Zweite Idee: spezialisierte Container-Klasse

Diese Problematik kann man umgehen, indem man eine auf die genauen Bedürfnisse des Algorithmus abgestimmte Klasse konstruiert. Als effizient hat sich erwiesen, für jede mögliche Bildpunkthöhe eine eigene Liste zu führen. Verwaltet werden diese einzelnen Listen durch sogenannte Basisknoten, z.B. wie folgt:

```
typedef struct {
        struct priorList* first;
        struct priorList* last;
} basicNode;
```

Um das Einfügen neuer Bildpunkte in die Liste weiter zu erleichtern, enthält die Basisknotenstruktur zusätzlich zu einem Zeiger auf den Beginn der Teilliste auch einen Zeiger auf ihr letztes Element. Damit steht sofort der richtige Einfügeort zur Verfügung, sofern das FIFO-Prinzip verwendet wird.
Das Finden des Bildpunktes mit der zur Zeit kleinsten Höhe ist jetzt nicht mehr so intuitiv wie bei einer sortierten verketteten Liste. Um dies zu erleichtern, kann man zusätzlich noch einen Zeiger auf den Basisknoten verwenden, der zur Zeit den Punkt mit der kleinsten Höhe enthält. Der Aufwand, diesen Zeiger immer auf dem aktuellen Stand zu halten, ist sehr gering.

Der Unterschied zwischen den beiden Vorgehensweisen ist bei großen Bildern gewaltig. Ein Testbild mit knapp 4 Millionen Bildpunkten wurde bei der Implementierung mit der verketteten Liste in knapp sechs Stunden reiner CPU-Zeit segmentiert. Nach der Umstellung auf die spezielle Containerklasse reduzierte sich der Zeitaufwand auf dem selben Rechnersystem unter identischen Bedingungen auf nicht viel mehr als zwei Minuten.

Beachten sollte man unbedingt, daß vor allem bei großen Bildern genügend Arbeitsspeicher zur Verfügung steht. Muß das Betriebssystem oft Arbeitsspeicher auf die Festplatte auslagern, kann sich die tatsächliche Laufzeit vervielfachen.

7 Zusammenfassung

Graustufenbilder können durch Flutungsalgorithmen und Mosaike wirkungsvoll segmentiert werden. Dabei ist allerdings zu beachten, daß nicht jedes Bild sich für diese Vorgehensweise eignet. Klare Kontraste und scharfe Objektgrenzen im Originalbild sind für gute Ergebnisse unerläßlich. Flankiert werden sollte die eigentliche Segmentierung durch unterstützende Maßnahmen in der Vor- und Nachbearbeitung, um nicht übersegmentierte Bilder zu erhalten.

Literatur

[Najman05] Laurant Najman, Michel Couprie, Gilles Bertrand: Mosaics and Watersheds. In: C. Ronse, L. Najman, E. Decenciere (Hrsg.), *Mathematical morphology: 40 years on. Proceedings of the 7th International Symposium on Mathematical Morphology, April 18-20, 2005*, Springer, 2005.

	Anzahl lokaler Minima	
	insgesamt	nur aus einem Bildpunkt bestehend
4er-Nachbarschaft	25.477	23.784
8er-Nachbarschaft	17.981	16.356
3×3-Mittelwertfilter, 8er-Nachbarschaft	6.111	4.148

Tabelle 1: Anzahl lokaler Minima bei verschiedenen Vorbearbeitungen

8 Anhang: ergänzende Bilder

Die in Abschnitt 4 auf Seite 4 vorgestellten Möglichkeiten kann man sich anhand eines Beispieles noch einmal gut verdeutlichen.
Die jeweiligen Bilder sind auf den nächsten Seiten dargestellt.

Das Originalbild (Abbildung 13 auf der nächsten Seite) enthält 292.383 Bildpunkte, die Anzahl der möglichen Grauwerte beträgt 256.

Bereits der Üebergang zur 8er-Nachbarschaft reduziert die Anzahl der lokalen Minima auf etwa 70% des ursprünglichen Wertes. In Kombination mit einer sehr einfachen Glättung - mit einem 3×3-Mittelwertfilter - ergibt sich bereits eine Anzahl lokaler Minima, die lediglich noch etwa ein Viertel der Anzahl im Originalbild beträgt.
Tabelle 1 faßt diese Beobachtungen noch einmal zusammen.

Wie man in den Abbildungen 13 bis 16 auf den folgenden Seiten leicht erkennt, reduziert sich die Übersegmentierung durch diese einfachen Maßnahmen deutlich. Die einzelnen Minima-Erweiterungen werden sichtbar grösbar. Weitere Verbesserungen können durch andere Filter bzw. durch eine größere Umgebung bei der Glättung eines Bildpunktes erreicht werden.

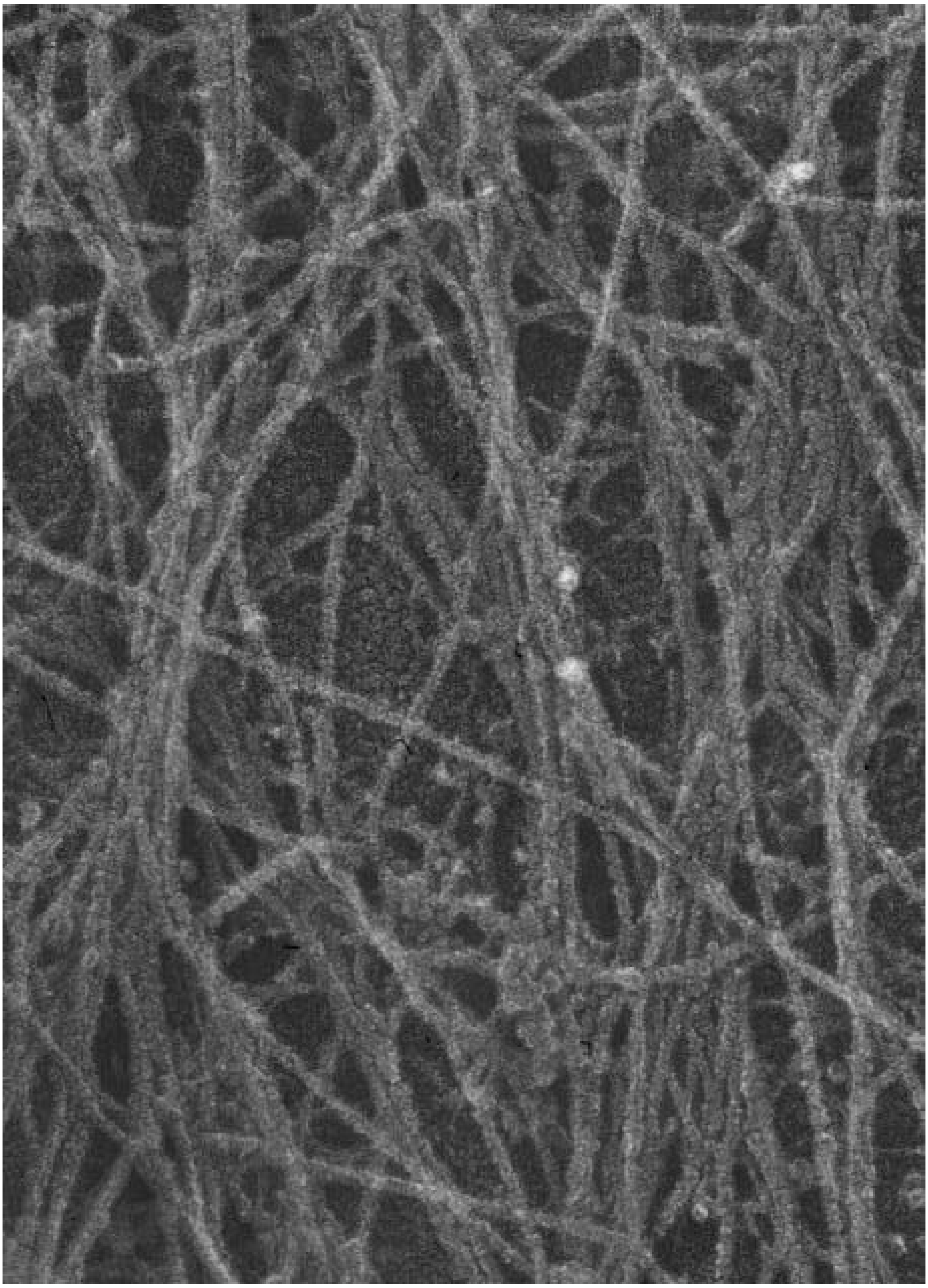

Abbildung 13: Originalbild

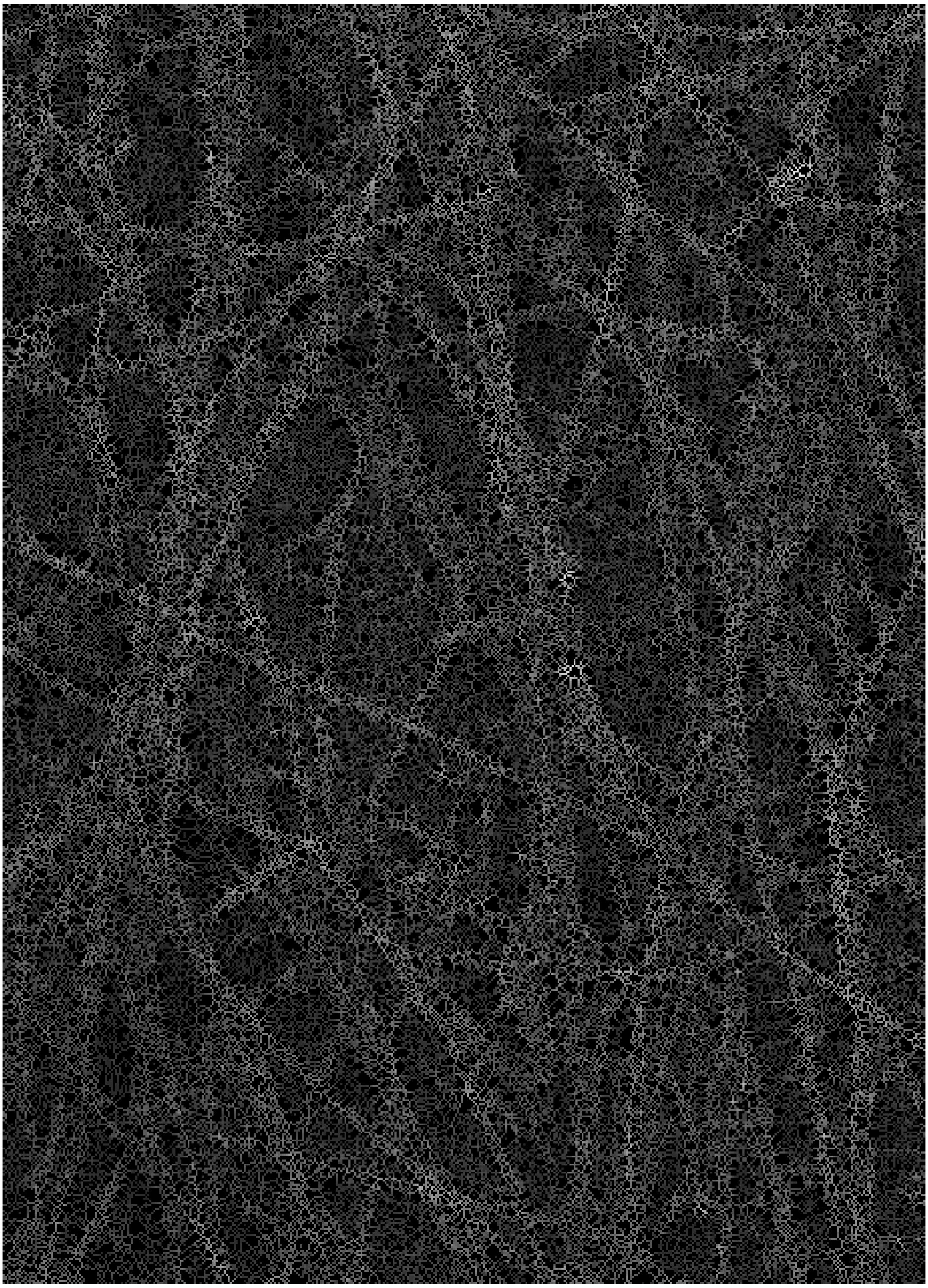

Abbildung 14: Mit 4er-Nachbarschaft segmentiert

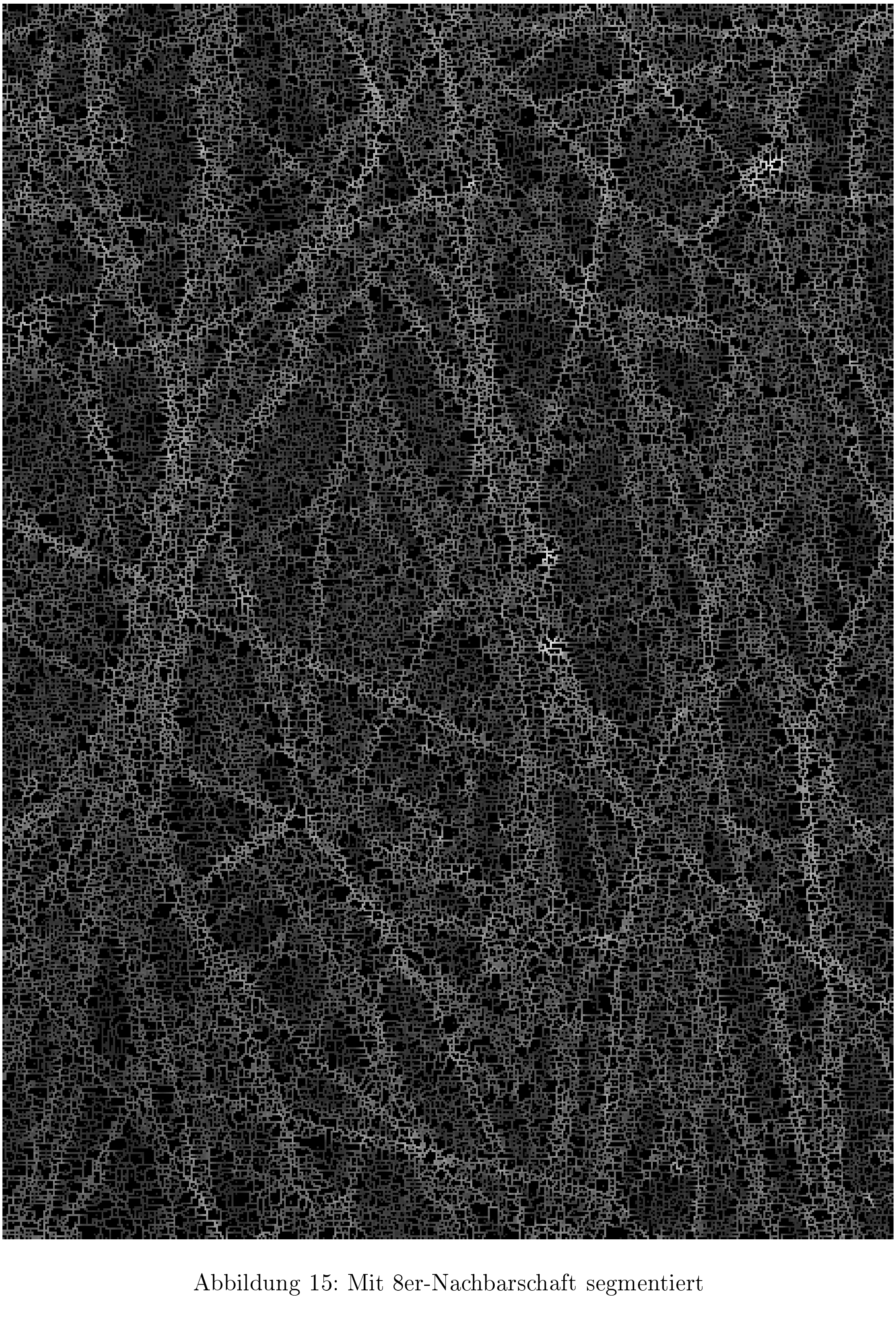

Abbildung 15: Mit 8er-Nachbarschaft segmentiert

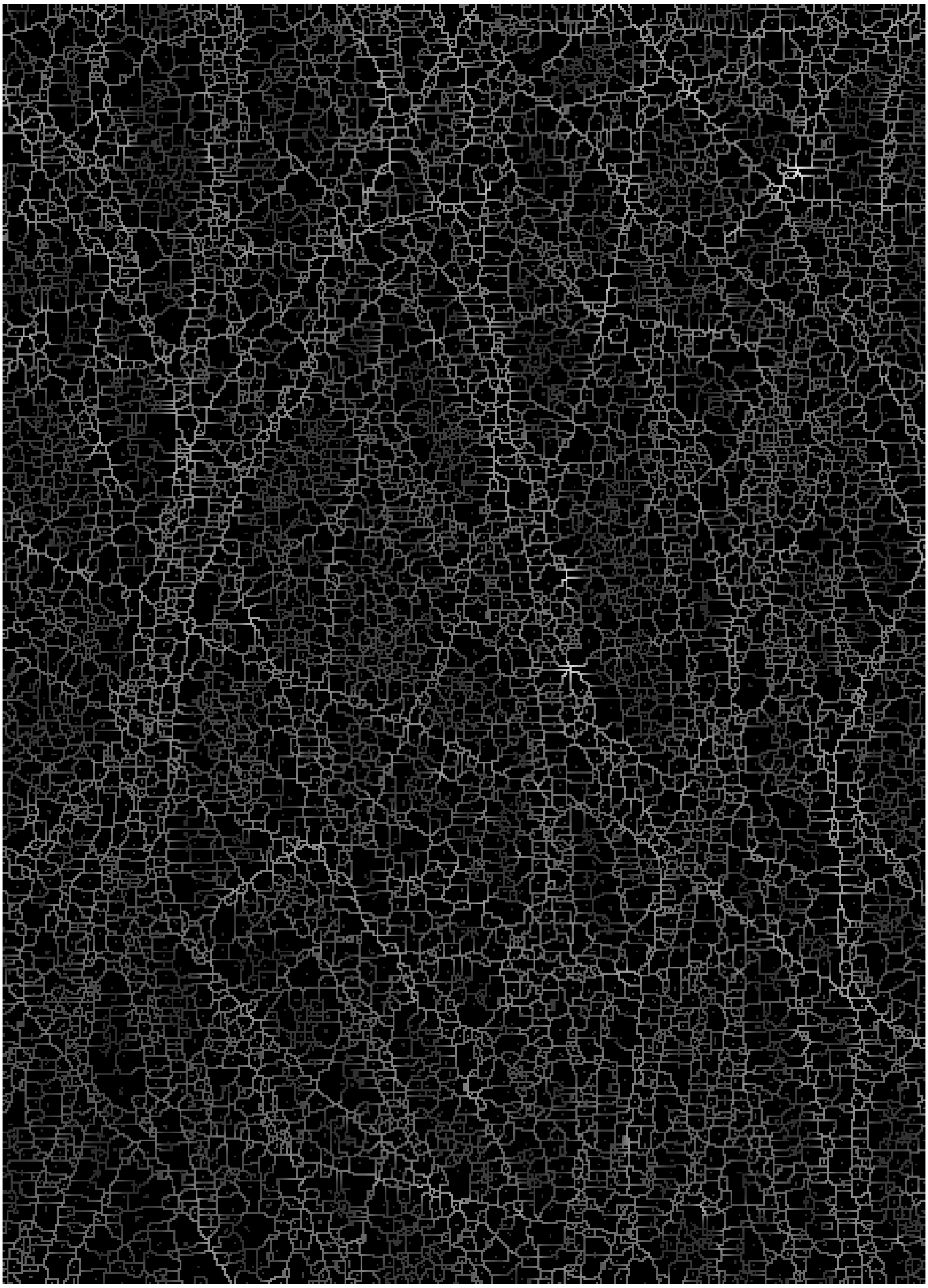

Abbildung 16: Mit 3×3-Mittelwertfilter geglättet und mit 8er-Nachbarschaft segmentiert