Universität Ulm | 89069 Ulm | Germany

Fakultät für Mathematik und Wirtschaftswissenschaften

Dipl.-WiWi Michael Alpert
Institut für Wirtschaftspolitik

Ludwig-Erhard-Stiftungsprofessur

Übung 7

Das Solow-Modell

1 Einführung

2 Das einfache Solow-Modell

ohne Bevölkerungswachstum und ohne technologischen Fortschritt

- Cobb-Douglas-Produktionsfunktion,

- Nachfrage in einer geschlossenen Volkswirtschaft,

- Veränderungen des Kapitalstocks

3 Das Solow-Modell mit Bevölkerungswachstum

4 Das Solow-Modell mit Bevölkerungswachstum und technologischem Fortschritt

Literatur

Mankiw, N.G., Makroökonomik, Auflage 5. Stuttgart, Schäffer-Poeschel, 2003, Kapitel 7 und Kapitel 8 (bis 8.4).

Barro, R.J., Sala-i-Matin, X., Wirtschaftswachstum, München, Oldenbourg, 1998, Einführung + Kapitel 1.

1 Einführung

- Wirtschaftswachstum bezeichnet die langfristige Vermehrung der realen produktiven Leistungen oder Leistungskapazitäten einer Volkswirtschaft.
  - Indikator des Wirtschaftswachstums ist das BIP.
    Wirtschaftliches Wachstum bedeutet somit eine Steigerung der gesamtwirtschaftlichen
    Produktion, bzw. des gesamtwirtschaftlichen Einkommens.
  - Pro-Kopf-Größen

1.1 $\boxed{\text{Länderbetrachtung}}$

- Die durchschnittliche Wachstumsrate des BIP von 1960-1990 beträgt
  - für 114 Länder 1,8 Prozent
  - für die Industrieländer etwa 3 Prozent
    (Verdopplung der Einkommen alle 25 Jahre)
  - für Subsahara-Afrika 0,8 Prozent
    (Einkommen steigt um das 1,2-fache alle 30 Jahre)
  - 17 Länder weisen negative Wachstumsraten auf
    (Irak: -2,1, Tschad, Madagaskar, Mosambik, Somalia...)
  - andere haben Wachstumsraten von über 6 Prozent
    (Südkorea, Singapur, Hongkong, Taiwan)
- Warum unterscheidet sich der Lebensstandard in verschiedenen Ländern?

  Um diese Frage beantworten zu können, muss man verstehen, warum Länder unterschiedliche Wachstumsraten haben.

1.2 Wachstumstheorie

All theory depends on assumptions which are not quite true. That is what make it theory. The art of successful theorizing is to make the inevitable simplifying assumptions in such a way that the final result are not very sensitive.

R.M. Solow (1956)[1]

[1] R.M. Solow (1956), a contribution to the theory of economic growth, Quarterly Journal of Economics, 70, S. 65.

2 Das einfache Solow-Modell

ohne Bevölkerungswachstum und technischen Fortschritt

2.1 Kurze Wiederholung: Die Cobb-Douglas-Produktionsfunktion

- Cobb-Douglas-Produktionsfunktion: $Y = A \cdot K^{\alpha} \cdot L^{1-\alpha}$

  - A: Technologie

  - $YP = Y$: Produktionspotential=Produktion (lange Frist)

  - K, L: Produktionsfaktoren Kapital und Arbeit

  - $\alpha, 1-\alpha$: Produktionselastizitäten, wobei $0 < \alpha < 1$

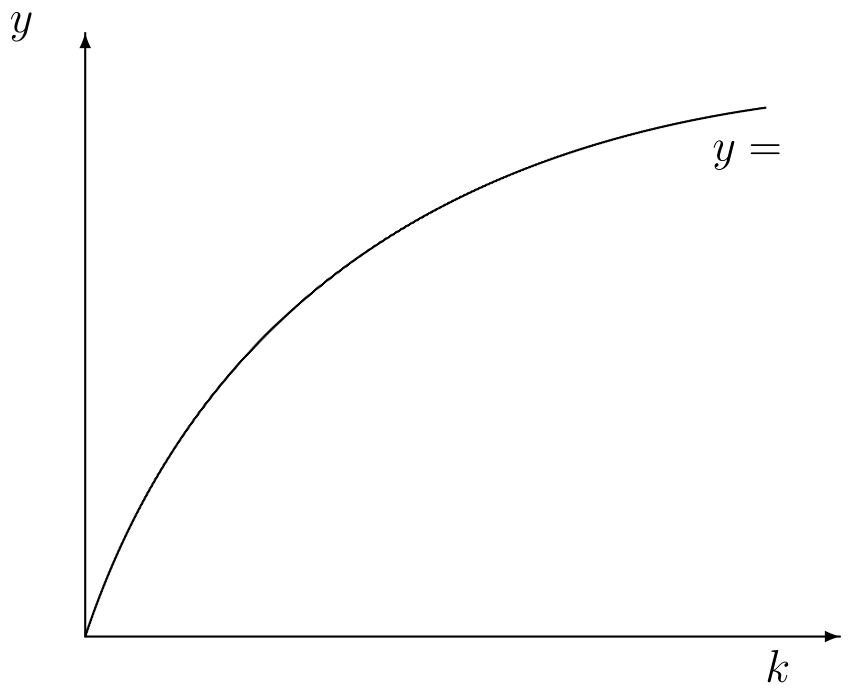
Eigenschaften der Cobb-Douglas-Funktion

- Konstante Skalenerträge, d.h. werden Kapital und Arbeit jeweils um z Prozent erhöht, steigt Y ebenfalls um z Prozent

- abnehmende Grenzerträge des Kapitals.
  $\Rightarrow$ Bei einem kleinen Kapitalstock führt eine zusätzliche Einheit Kapital zu einer relativ hohen Steigerung von Y.

Cobb-Douglas-Produktionsfunktion in Pro-Kopf-Größen

- $k =$
- $y =$
- abnehmende Grenzerträge des Kapitals $\frac{\partial y}{\partial k} =$



2.2 Die Nachfrageseite

- Das Einkommen Y verwenden die Haushalte in einer geschlossenen Volkswirtschaft für

  -
  -

- Die Gleichung für das Pro-Kopf-Einkommen $y = Y/L$ lautet:

- In einer geschlossenen Volkswirtschaft entsprechen die Pro-Kopf-Investitionen i den Pro-Kopf-Ersparnissen $s' \cdot y$:

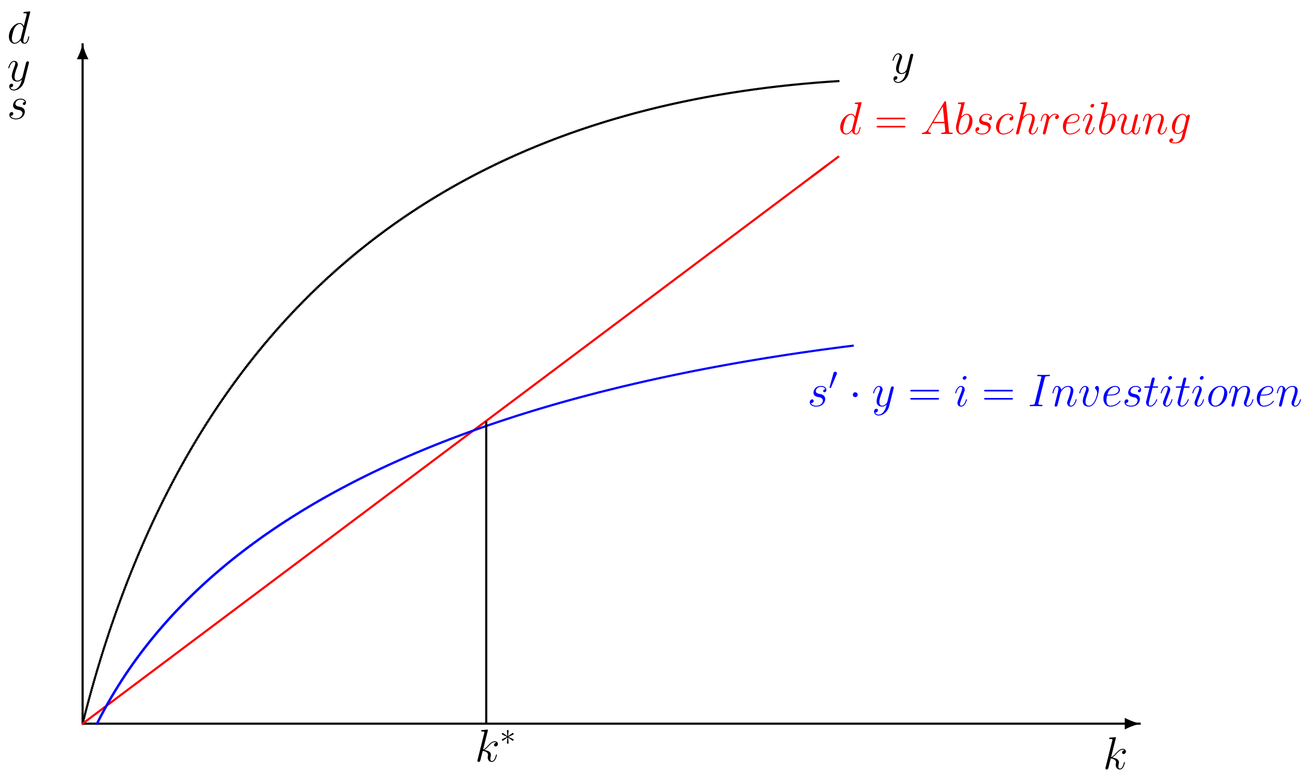
2.3 Der Pro-Kopf-Kapitalstock

- Der Kapitalstock steigt durch Investitionen i
- Der Kapitalstock verringert sich durch Abschreibungen $d = \delta \cdot k$
- Änderung des Kapitalstocks $\Delta k = k_{t+1} - k_t$:
  $\Delta k_{t+1} =$

  $\Rightarrow$Der Kapitalstock

  - steigt, falls Nettoinvestitionen getätigt werden
  - sinkt, falls die Abschreibungen zu hoch sind
  - bleibt konstant, falls die Nettoinvestitionen null sind

Das Gleichgewicht: Steady-State k^*

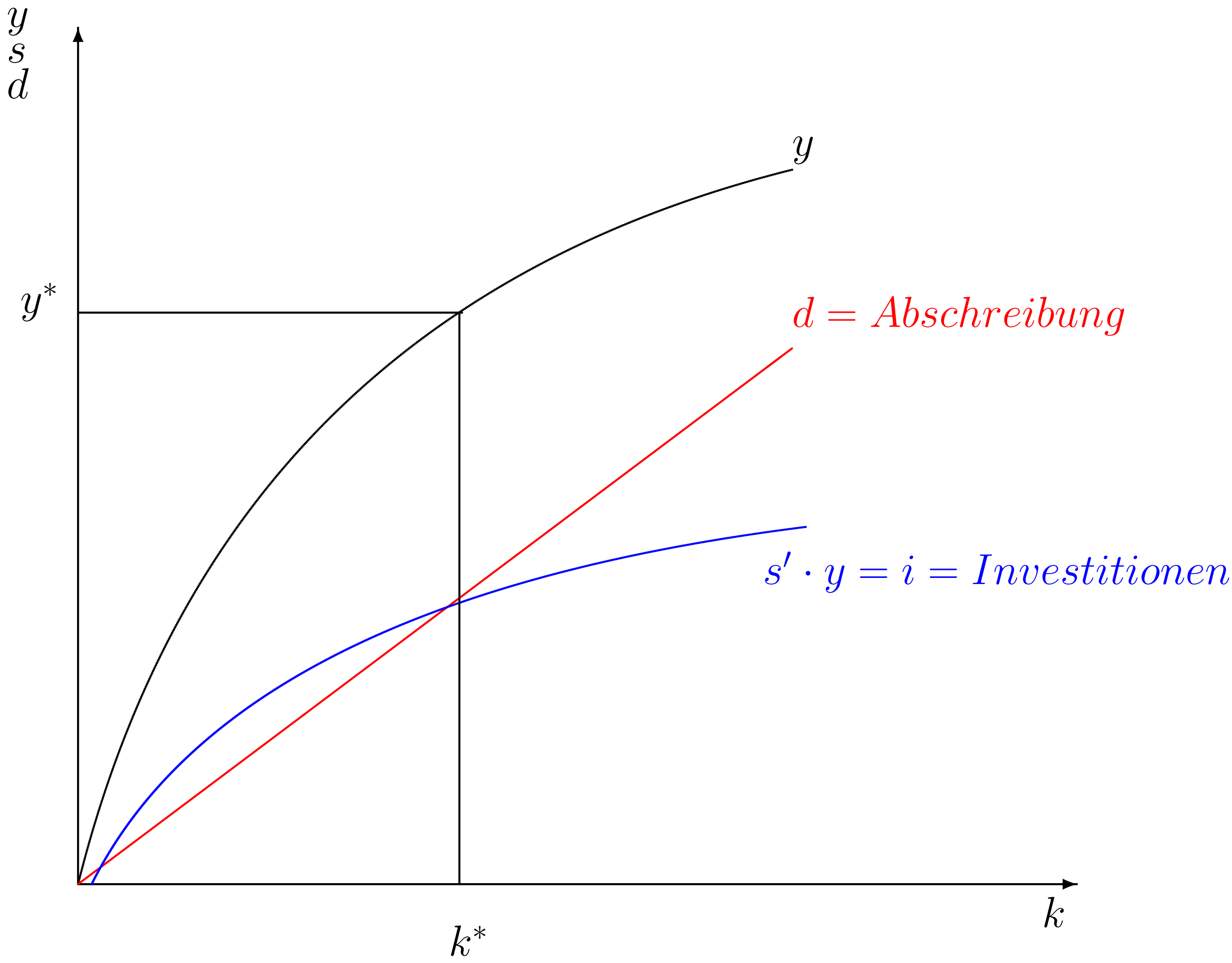


Unabhängig davon welchen Kapitalstock eine Volkswirtschaft in einem Zeitpunkt t_0 hat, wird es einen Prozess zum langfristigen Steady-State k^* geben.

- Falls $i_t > \delta \cdot k_t$ steigt der Kapitalstock. Dieser Prozess endet, wenn $i_t = \delta \cdot k_t$.
- Falls $i_t < \delta \cdot k_t$ führt dies zu einer Reduzierung des Kapitalstocks. Dieser Prozess endet, wenn $i_t = \delta \cdot k_t$.

2.4 Das Gleichgewichtseinkommen

$\boxed{\text{Das Gleichgewicht: } y^* = A \cdot (k^*)^\alpha}$



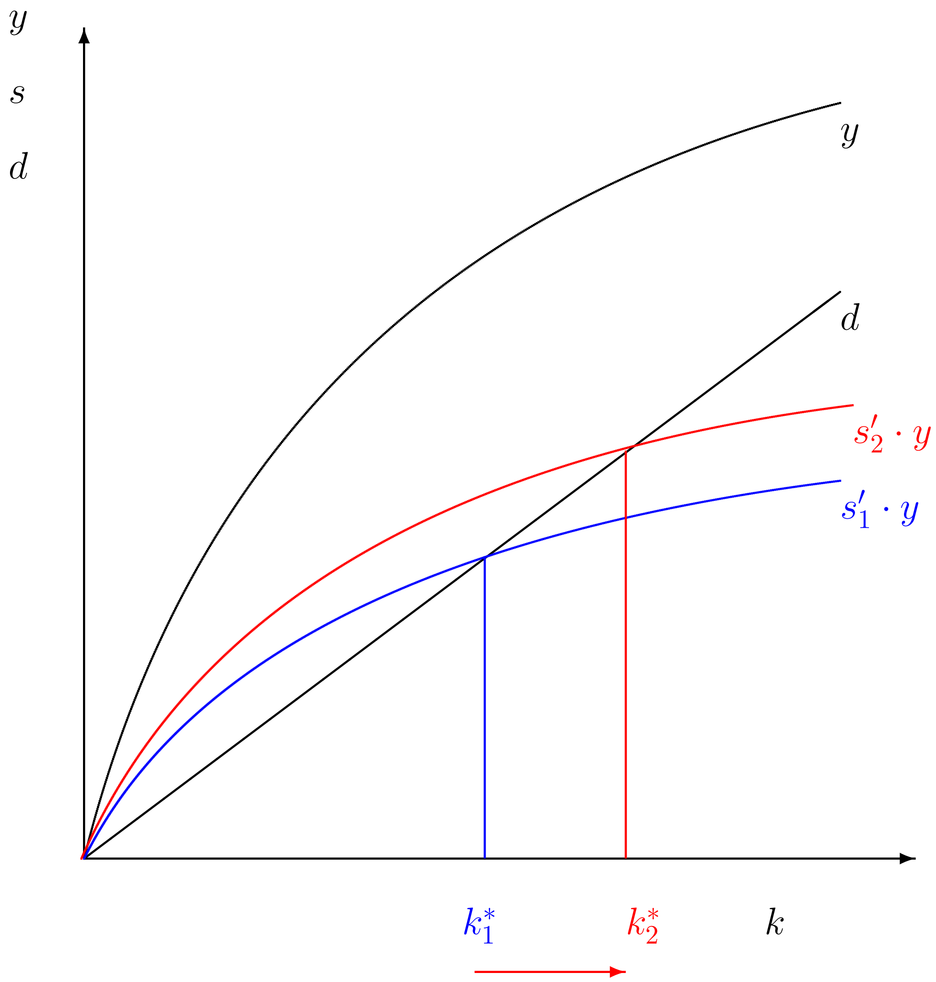
- Der Steady-State-Kapitalstock k^* bestimmt

- Das Solow-Modell erklärt Wachstum

- Länder, die über einen geringen Kapitalstock verfügen und noch weit von ihrem Gleichgewicht entfernt sind, weisen hohe Wachstumsraten auf.

  (Wirtschaftswunder nach 2. WK)

- Eine Volkswirtschaft, die ihr Steady-State erreicht hat, wächst im einfachen Solow-Modell nur noch bei einer Änderung von



- Es besteht ein positiver Zusammenhang zwischen BIP und Investitionsquote.

$\Longrightarrow$

3 Das Solow-Modell mit Bevölkerungswachstum

ohne technologischen Fortschritt

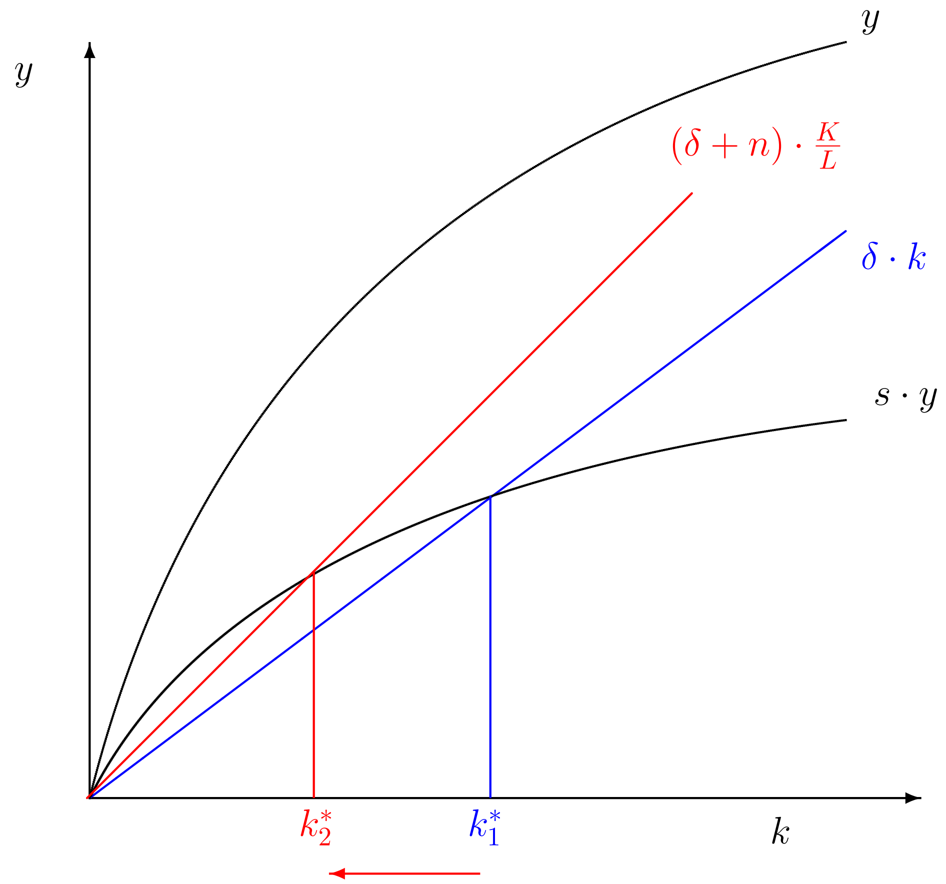
- Bisherige Annahme des Bevölkerungswachstums von $n = 0$ wird aufgehoben.

- Eine positive Wachstumsrate der Bevölkerung n führt dazu, dass der Kapitalstock K auf mehr Personen
verteilt werden muss:

  Soll der Pro-Kopf-Kapitalstock $k = K/L$ gleich bleiben, muss er auch um n wachsen.

- Die Änderung des Kapitalstocks: $\Delta\frac{K}{L} =$

$$\Leftrightarrow \Delta k =$$



- Länder mit hohem Bevölkerungswachstum haben bei sonst gleichen Voraussetzungen einen geringeren Lebensstandard.

- Es besteht ein negativer Zusammenhang zwischen Pro-Kopf-Output und Bevökerungswachstum.

- Der Gesamtoutput steigt mit dem Bevölkerungswachstum Y(L,K).

$\Longrightarrow$

$\Longrightarrow$

4 Das Solow-Modell mit Bevölkerungswachstum und mit technologischem Fortschritt

- Die Arbeitseffizienz E spiegelt das Wissen einer Gesellschaft bezüglich Produktionsmethoden wider. Fortschritte der verfügbaren Technologie schlagen sich in einer Zunahme der Arbeitseffizienz nieder. (Bsp. PC im Büro)

- Die Produktionsfunktion:

- Annahme: Zuwachs der Arbeitseffizienz E mit einer konstanten Rate g.

- Da das Arbeitsvolumen L mit der Rate n und die Effizienz E mit der Rate g steigt, erhöht sich das in Effizienzeinheiten gemessene Arbeitsvolumen $L \cdot E$ mit einer Rate von $n + g$.

- Es wird zusätzliches Kapital benötigt, um die zusätzlichen Effizienzeinheiten mit Kapital auszustatten.

- Der Kapitalstock pro Effizienzeinheit: $k_E =$
  Soll der Pro-Effizienzeinheit-Kapitalstock $k_E = K/(L \cdot E)$ gleich bleiben, muss er auch um $n + g$ wachsen.

- Änderung des Kapitalstocks: Δk_E

- Steady State Bedingung $\Delta k_E = 0 \Leftrightarrow i = (\delta + n + g)k$

- Die Produktion pro Effizienzeinheit $y_E = Y/(L \cdot E)$ wächst im steady state nicht mehr.

- Die Wachstumsrate des Pro-Kopf-Einkommens $y = Y/L$ ist

- Die Wachstumsrate des Einkommens Y ist

$\Longrightarrow$

5 Schlußbemerkung

Dauerhaftes Wachstum kann nicht mittels Kapitalakkumulation erklärt werden.

Dauerhaftes Wachstum kann nur durch technologischen Fortschritt erklärt werden.
Dieser wächst im Solow-Modell mit der exogenen Variablen g.

Technologische Neuerungen fallen also vom Himmel!?