

I. Bouw
L. Brewis und D.Ufer

Übungen zur Algebra I - WS08/09 Blatt 4

Abgabe ist Mittwoch, den 12.11.2008, vor der Vorlesung (zu zweit!)

Aufgabe 1: Faktorgruppen (2+2)

Sei $V = \{e, (12)(34), (13)(24), (14)(23)\}$ eine Untermenge der Symmetriegruppe S_4 .

- Zeigen Sie, dass V ein Normalteiler von S_4 ist.
- Zeigen Sie, dass die Faktorgruppe S_4/V isomorph zur S_3 ist.

Aufgabe 2: Gruppenwirkung (2+2+2)

Sei R die Gruppe der Rotationssymmetrien eines Tetraeders.

- Sei $\varphi : R \rightarrow S_4$ der Gruppenhomomorphismus, der eine Rotation zur entsprechenden Permutation der Seitenflächen schickt.
Zeigen Sie, dass der Homomorphismus φ injektiv ist, und bestimmen Sie das Bild unter φ .
- Die Gruppe R operiere auf der Menge der Kanten eines Tetraeders durch Permutation entsprechend den Rotationen. Bestimmen Sie die Bahnen und die Stabilisatoren aller Kanten.
- Sei X die Menge der Ecken und Y die Menge der Seitenflächen eines Tetraeders. Die Gruppe R operiert auf folgende Weise auf dem Produkt $X \times Y$: Sei $g \in G$ und $x \in X, y \in Y$ dann ist $g * (x, y) = (g * x, g * y)$.
Bestimmen Sie auch hier alle Bahnen und Stabilisatoren.

Aufgabe 3: Symmetrien von Fußbällen (1+2+1)

Gegeben sind drei Fußbälle. Argumentieren Sie wie viele Symmetrien die einzelnen Bälle (1, 2 und 3) haben.



1 „Wunder von Bern“



2 Telestar



3 Teamgeist