

28.01.2009

I. Bouw  
L. Brewis und D.Ufer

## Übungen zur Algebra I - WS08/09 Blatt 14

Abgabe ist Mittwoch, den 04.02.2009, vor der Übung (**zu zweit!**)

**WICHTIG:** Am 2./4. Februar wird die Übung mit der Vorlesung vertauscht.

### Aufgabe 1: Galois-Korrespondenz (2+2+2+6)

Sei  $f(x) = x^4 + 2x^2 + 4 \in \mathbb{Q}[x]$ . Sie dürfen benutzen, dass  $f$  irreduzibel ist.

- Bestimmen Sie den Zerfällungskörper  $L$  von  $f$  über  $\mathbb{Q}$ . Überprüfen Sie auch explizit, dass diese Gleichung mit Hilfe von Radikalen auflösbar ist.
- Bestimmen Sie die Galois-Gruppe  $G(f)$
- Bestimmen Sie für alle Untergruppen von  $G(f)$  die zugehörige Zwischenkörper von  $L/\mathbb{Q}$ .
- Beantworten Sie die Fragen (a)-(c) auch für das Polynom  $x^4 + 4x^2 + 2$ .

Tipp: Falls  $|G| = 4$ , dann gilt  $G \simeq \mathbb{Z}/4\mathbb{Z}$  oder  $G \simeq \mathbb{Z}/2\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}/2\mathbb{Z}$ .

### Aufgabe 2: Galois-Gruppe bestimmen (4)

Sei  $f$  das Polynom  $x^4 + 2 \in \mathbb{Q}[x]$ .

- Bestimmen Sie den Zerfällungskörper  $L$  von  $f$  über  $\mathbb{Q}$  und den Grad  $[L : \mathbb{Q}]$ .
- Zeigen Sie, dass  $G(f) \simeq D_4$ .