

**Übungen zur Vorlesung Funktionentheorie - Blatt 11**

Abgabe am 30.06.2005 vor der Vorlesung

**Aufgabe 40.** (6 Punkte)

Berechnen Sie die folgenden Integrale:

(a) 
$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{x^4 + 1} dx$$

(b) 
$$\int_0^{\infty} \frac{x}{x^4 + 1} dx$$

(c) 
$$\int_0^{\infty} \frac{\sqrt{x}}{16 + x^2} dz$$

**Aufgabe 41.** (5 Punkte)

Berechnen Sie die folgenden Integrale:

(a) 
$$\int_0^{2\pi} \frac{\cos 3t}{5 - 4 \cos t} dt$$

(b) 
$$\int_0^{\pi} \frac{1}{(a + \cos t)^2} dt \text{ mit } a \in \mathbb{R} \text{ und } a > 1.$$

**Aufgabe 42.** (5 Punkte)

Berechnen Sie die folgenden Integrale:

(a) 
$$\int_0^{\infty} \frac{x \sin x}{x^2 + a^2} dx, \quad a > 0$$

(b) 
$$\int_{-i\infty}^{i\infty} \frac{e^{az}}{(z^2 - 1)^2} dz, \quad a \in \mathbb{R}$$

Hierbei ist das Integral in (b) als Limes von  $\int_{[-ir_1, ir_2]}$  für  $r_1, r_2 \rightarrow \infty$  zu verstehen. Unterscheiden Sie ferner bei der Berechnung die Fälle  $a < 0$ ,  $a = 0$  und  $a > 0$ .

**Aufgabe 43.** (4 Punkte)

Bestimmen Sie jeweils mit Hilfe des Satzes von Rouché die Anzahl der Nullstellen in dem angegebenen Gebiet:

(a)  $2z^4 - 5z + 2, \quad |z| > 1$       (b)  $z^7 - 5z^4 + iz^2 - 2, \quad |z| < 1$