

Die Platonischen Körper: Seminarvortrag von Ulrich Hönes am 3.7.2007

Platon (* ca. 428 † ca. 348 v. Chr.) hat gezeigt, dass sich nur die „Platonischen Körper“ aus regelmäßigen n-Ecken zusammensetzen lassen und brachte diese mit den vier Elementen Erde (Würfel), Wasser (Ikosaeder), Feuer (Tetraeder) und Luft (Oktaeder) verbindet. Das Dodekaeder verbindet Platon mit der quinta essentia, dem Himmelsäther.

Eulersche Polyedersatz

Der Eulersche Polyedersatz besagt, dass in jedem einfachen Polyeder die Formel

$$E - K + F = 2$$

gilt, wobei

E die Anzahl der Ecken,

K die Anzahl der Kanten und

F die Anzahl der Flächen bezeichnet.

Beweisidee:

Man macht eine Induktion über E .

Verallgemeinerung des Eulerschen Polyederstazes

Für jedes einfach zusammengesetzte Polytop gilt:

$$N_0 - N_1 + N_2 - \dots + (-1)^{n-1} N_{n-1} = 1 - (-1)^n$$

Tetraeder



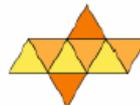
4
gleichseitige
Dreiecke

Hexaeder



6 Quadrate

Oktaeder



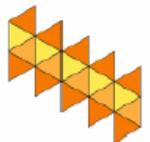
8
gleichseitige
Dreiecke

Dodekaeder



12
regelmäßige
Sechsecke

Ikosaeder



20
gleichseitige
Dreiecke

Seitenflächen

Ecken

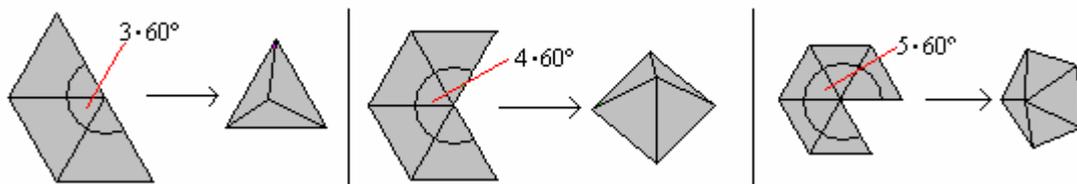
Kanten

Flächen

Es gibt nur fünf Platonische Körper!

Winkelbetrachtung (Diese Überlegungen gehen schon auf Euklid zurück.)

Man kann nur aus drei, vier oder fünf Dreiecken eine Ecke formen. Man braucht nämlich mindestens drei Dreiecke für eine Ecke und sechs Dreiecke haben schon zusammen 360° und liegen somit in einer Ebene. Also bleiben nur 3, 4 und 5 Dreiecke.



Man kann nur aus drei Quadraten und drei Fünfecken eine Ecke bilden. Das sind alle Fälle.

