

Übungen zur Vorlesung Lineare Algebra I

Institut für Reine Mathematik

SS 2008 – Blatt 01

Abgabetermin: Mittwoch 23.04.2008 um 08:15 Uhr vor Beginn der Vorlesung

Schreiben Sie Ihren Namen, Matrikelnummer und Studiengang deutlich auf Ihre Lösungen!

1. Notieren Sie die 6 Permutationen aus der symmetrischen Gruppe \mathfrak{S}_n für $n = 3$ in der Form

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ \sigma(1) & \sigma(2) & \sigma(3) \end{pmatrix}.$$

Stellen Sie damit die Gruppentafel für \mathfrak{S}_3 auf.

2. Es sei $n \geq 1$ eine natürliche Zahl. Mit \bar{a} bezeichnen wir den kleinsten nichtnegativen Rest von a bei Division durch n , also $a = qn + \bar{a}$ mit $\bar{a} \in \{0, 1, \dots, n-1\}$. In der Übung wurde vorgerechnet, dass $\mathbb{Z}/\mathbb{Z}n = \{\bar{0}, \bar{1}, \dots, \overline{n-1}\}$ mit der Verknüpfung $+$ eine Gruppe bildet.

Stellen Sie für $n = 6$ und $n = 7$ die Verknüpfungstafeln für die Verknüpfungen

$$\bar{a} + \bar{b} := \overline{a + b}, \quad \bar{a} \cdot \bar{b} := \overline{a \cdot b}$$

auf.

3. $\mathbb{Z}/\mathbb{Z}n = \{\bar{0}, \bar{1}, \dots, \overline{n-1}\}$ bezeichne wieder den Restklassenring modulo n aus der Übung.
 - (a) Zeigen Sie, dass $\mathbb{Z}/\mathbb{Z}6$ mit diesen Verknüpfungen alle Körperaxiome bis auf M4 erfüllt.
 - (b) Zeigen Sie, dass $\mathbb{Z}/\mathbb{Z}7$ sämtliche Körperaxiome erfüllt.

4. Es seien V und W zwei Vektorräume über dem gleichen Körper K , und

$$V \times W = \{(v, w) : v \in V, w \in W\}$$

die Produktmenge. Zeigen Sie, dass $V \times W$ mit *komponentenweisen Verknüpfungen*

$$(v, w) + (v', w') := (v + v', w + w') \quad , \quad \lambda(v, w) := (\lambda v, \lambda w)$$

für $v, v' \in V$, $w, w' \in W$, $\lambda \in K$ einen K -Vektorraum bildet. Zeigen Sie dazu die Axiome A1-A4 sowie SM1-SM4.

Für jede Aufgabennummer gibt es 4 Punkte.

Die Übungsblätter gibt es auch auf der Homepage. Fragen zum Übungsbetrieb beantwortet ihr Übungsleiter:

Dipl.-Math. Daniel Haase
Sprechstunde: Dienstag 14-15 Uhr im E31
daniel.haase@uni-ulm.de