

Übungen zur Vorlesung Lineare Algebra

Institut für Reine Mathematik

SS 2008 – Blatt 07

Abgabetermin: Mittwoch 18.06.2008 um 08:15 Uhr vor Beginn der Vorlesung.

Schreiben Sie Ihren Namen und Matrikelnummer deutlich auf Ihre Lösungen!

1. Berechnen Sie die Inverse der folgenden Matrizen (falls sie existiert):

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 4 & -5 \\ 2 & 1 & 4 \\ 3 & 1 & 7 \end{pmatrix}.$$

2. Es sei $f: \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$ eine lineare Abbildung mit der Darstellungsmatrix

$${}_{\underline{e}}M(f) = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

bzgl. der kanonischen Basis \underline{e} . Berechnen Sie die Darstellungsmatrix ${}_{\underline{v}}M(f)$ bzgl. der Basis

$$\underline{v} = \left(\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \right)$$

3. Gegeben Sei das inhomogene lineare Gleichungssystem $Ax = b$ mit

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 0 & 4 & 3 & 4 & 3 \\ 2 & 6 & 0 & 2 & 6 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 0 & 1 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 11 & 0 & 6 & 9 & 5 & 5 \\ 2 & 6 & 0 & 2 & 6 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}$$

- Berechnen Sie die Dimension $\dim(L(A;0))$.
- Geben Sie eine Basis von $L(A;0)$ an.
- Geben Sie eine Lösung von $Ax = b$ an.
- Geben Sie die allgemeine Lösung von $Ax = b$ an.
- Geben Sie eine Basis des Spaltenraums von A an, bestehend aus Spalten von A , und die Darstellung der übrigen Spalten von A in der ausgewählten Basis.
- Geben Sie einen Vektor $b \in \mathbb{R}^5$ an, so dass $Ax = b$ keine Lösung besitzt.

- Bitte wenden -

4. Es sei

$$A = \begin{pmatrix} a & 1 & 1 \\ 1 & a & 1 \\ 1 & 1 & a \end{pmatrix} \in M(3 \times 3; \mathbb{R}) \quad , \quad b = \begin{pmatrix} -4 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Bestimmen Sie die Lösungsmenge des linearen Gleichungssystems $Ax = b$ in Abhängigkeit von $a \in \mathbb{R}$.

5. Zeigen Sie durch direkte Rechnung: Eine quadratische Matrix

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in M(2 \times 2; K)$$

ist genau dann regulär, wenn $ad - bc \neq 0$ ist.