Übungen zur Vorlesung Lineare Algebra

Institut für Reine Mathematik SS 2008 – Blatt 09

Abgabetermin: Mittwoch 02.07.2008 um 08:15 Uhr vor Beginn der Vorlesung.

Schreiben Sie Ihren Namen und Matrikelnummer deutlich auf Ihre Lösungen!

1. Bestimmen Sie mittels der Cramerschen Regel die Lösung des LGS $Ax = b$ mit

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & -3 & 2 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix} \in \mathrm{GL}(n, \mathbb{R}) \ , \ b = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} .$$

2. Es sei $f : V \to V$ ein Endomorphismus eines endlichdimensionalen Vektorraums, und $V = U \oplus U'$ mit $U, U' \neq \{0\}$, so dass $f(U) \subseteq U$ sowie $f(U') \subseteq U'$ ist, d. h. V ist die direkte Summe von f -invarianten Unterräumen. Zeigen Sie die Darstellung

$$\det(f) = \det(f|_U) \cdot \det(f|_{U'})$$

für die Restriktionen $f|_U$ bzw. $f|_{U'}$ von f auf die Unterräume U bzw. U' .

3. Schreiben Sie die Permutation

$$\pi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 5 & 4 & 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

als Produkt von Transpositionen.

4. Bestimmen Sie das charakteristische Polynom und die Eigenwerte der Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 9 & -7 \\ 0 & 5 & 4 & 2 \\ 0 & -8 & -7 & -4 \\ 0 & 4 & 4 & 3 \end{pmatrix} .$$

Was können Sie über das charakteristische Polynom und die Eigenwerte der Abbildung f in der Situation von Aufgabe 2 aussagen?

5. Betrachten Sie die Matrix

$$B = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} .$$

(a) Bestimmen Sie sämtliche Eigenwerte von B als Matrix über $\mathbb{R}$.

(b) Bestimmen Sie sämtliche Eigenwerte von B als Matrix über $\mathbb{C}$.

(c) Bestimmen Sie sämtliche Eigenwerte von B als Matrix über $\mathbb{Z}/\mathbb{Z}2$.

(d) Bestimmen Sie sämtliche Eigenwerte von B als Matrix über $\mathbb{Z}/\mathbb{Z}5$.