

Übungen zur Vorlesung Algebra 2

Institut für Reine Mathematik

SS 08 – Blatt 02

Abgabetermin: Donnerstag 08.05.2008 um 12:15 Uhr vor Beginn der Vorlesung

1. Es sei K/k eine Körpererweiterung und $B \subset K$ eine über k algebraisch unabhängige Menge. Ist $f \in k[X]$ ein Polynom, so ist f auch in $k(B)[X]$ Polynom.
2. Es sei K/k rein-transzendent. Zeigen Sie, dass jedes $x \in K - k$ transzendent über k ist.
3. Es sei K/k eine Körpererweiterung von endlichem Transzendenzgrad. Man zeige :
 - (a) Jeder Zwischenkörper L von K/k hat endlichen Transzendenzgrad über k .
 - (b) Sei L ein Zwischenkörper von K/k . Sei $A \subset L$ eine Transzendenzbasis von L/k . Sei $B \subset K$ algebraisch unabhängig über L . Dann gilt

$$[L : k(A)] = [L(B) : k(A, B)]$$

- (c) Ist K/k eine endlich-erzeugte Körpererweiterung, so ist auch jeder Zwischenkörper L von K/k endlich-erzeugt über k .
4. Sei $\Phi(T) := T^{16} + T^{15} + T^{14} + T^2 + T + 1 \in \mathbb{F}_2[T]$. Benutzen Sie den Algorithmus aus der Vorlesung, um Φ zu faktorisieren.
Hinweis: Sie können zur Berechnung der einzelnen Schritte ein Computer-Algebrasystem zu Hilfe nehmen (z.B. Maple: Befehle `Gcd`, `Quo`...)