Übungen zur Vorlesung Lineare Algebra für Informatiker

Institut für Reine Mathematik WS 06/07 – Blatt 9

Abgabetermin: Donnerstag 21.12.2006 um 08:15 Uhr vor Beginn der Vorlesung

---

Schreiben Sie bitte den Namen Ihres Übungsgruppenleiters und die Nummer Ihrer Übungsgruppe groß und deutlich auf Ihre Lösungen!

1. Bestimmen Sie das charakteristische Polynom und die Eigenwerte der Matrizen

$$B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 9 & -7 \\ 0 & 5 & 4 & 2 \\ 0 & -8 & -7 & -4 \\ 0 & 4 & 4 & 3 \end{pmatrix} \in M(4 \times 4, \mathbb{R}).$$

2. Sei

$$A := \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ -2 & -2 & -2 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix} \in M(5 \times 5, \mathbb{R}).$$

   (a) Bestimmen Sie die Eigenwerte und die zugehörigen Eigenräume von A .

   (b) Ist A diagonalisierbar?

3. Sei

$$A := \begin{pmatrix} 1 & -3 & -2 \\ -5 & 15 & 10 \\ 3 & -9 & -6 \end{pmatrix} \in M(3 \times 3, \mathbb{R}).$$

   (a) Zeigen Sie, dass A diagonalisierbar ist.

   (b) Berechnen Sie eine Matrix $S \in Gl(3, \mathbb{R})$, so dass SAS^{-1} Diagonalmatrix ist.

   (c) Berechnen Sie $A^{31} \cdot x$ für

$$x = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix} \text{ und } x = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

4. Es seien $K = \mathbb{R}$ oder $\mathbb{C}$, $\alpha \in [0, 2\pi)$ und $f \in \mathrm{End}_K(K^2)$ gegeben durch $f(x) = A \cdot x$ mit

$$A = \begin{pmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix} \in M(2 \times 2, K).$$

   Berechnen Sie die Eigenwerte und Eigenräume von f im Falle

   (a) $K = \mathbb{R}$.

   (b) $K = \mathbb{C}$.