

Übungen zur Vorlesung Angewandte Diskrete Mathematik

Institut für Reine Mathematik

WS 08/09 – Blatt 10

Abgabetermin: Freitag, 16.01.2009 um 14:15 Uhr vor Beginn der Übung

1. Sei \mathbb{F}_8 wie auf Blatt 09 definiert. Bestimmen Sie die *allgemeine* Lösung des Gleichungssystems $A \cdot x = b$, wobei (6 P)

$$A = \begin{pmatrix} 1 & \alpha & \alpha^2 \\ \alpha & \alpha^2 & 1 + \alpha^2 \\ \alpha^2 & \alpha^2 & \alpha + \alpha^2 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 1 + \alpha^2 \\ 1 + \alpha + \alpha^2 \\ 1 + \alpha + \alpha^2 \end{pmatrix}.$$

Zur Erinnerung: Es gilt $\alpha^3 + \alpha^2 + 1 = 0$

2. Sei $\zeta := (-1 + i \cdot \sqrt{3})/2$.

(a) Zeigen Sie: Das Polynom $f := X^2 + X + 1$ hat ζ als Nullstelle und ist irreduzibel über \mathbb{Q} . (2 P)

(b) Bestimmen Sie das multiplikative Inverse von $\zeta - \zeta^2$ in $\mathbb{Q}(\zeta)$. (4 P)

3. Betrachten Sie das Polynom $f := X^2 + 2X + 2$. Sei $\mathbb{F}_9 := (\mathbb{Z}/3\mathbb{Z})[X]/(f)$. Setze $\theta := \bar{X}$.

(a) Schreiben Sie die Zahl 2 als Potenz von θ . (2 P)

(b) Bestimmen Sie das Inverse zu $2\theta + 1$ in \mathbb{F}_9 . (2 P)

(c) Schreiben Sie $\theta^5 + \theta^6$ als Potenz von θ . (2 P)

(d) Berechnen Sie $(1 + \theta)^6$. (2 P)