

# Probeklausur zur Vorlesung Angewandte Diskrete Mathematik

Institut für Reine Mathematik

WS 08/09

---

Freitag, 05.12.2008, 14.15 – 16.00

---

Es gibt auf dieser Klausur 15 Teilaufgaben. Jede Teilaufgabe wird mit 4 Punkten bewertet. Damit sind insgesamt 60 Punkte zu erreichen.

- Zeigen Sie: Die Zahlen 457, 359 sind teilerfremd.
  - Bestimmen Sie das multiplikative Inverse von 359 modulo 457.
- Was besagt der Satz von Euler?
  - Berechnen Sie  $5^{99} \bmod 104$ .
  - Berechnen Sie die letzten zwei Stellen von  $2^{80}$ .
- Es seien  $a, m$  teilerfremd. Wie ist der Exponent von  $a$  modulo  $m$  definiert?
  - Bestimmen Sie den Exponenten von 6 modulo 49.
  - Ist 6 eine Primitivwurzel modulo 49? Begründen Sie Ihre Antwort.
- Bestimmen Sie alle Quadratwurzeln von 58 modulo 77.
- Berechnen Sie  $3^{41} \bmod 79$ .
- Betrachten Sie das RSA-Verfahren mit  $N = 85$  und  $e = 5$ .
  - Wie lautet der geheime Schlüssel  $d$ ?
  - Verschlüsseln Sie die Nachricht 7.
  - Entschlüsseln Sie die Nachricht 2.
- Neun Piraten haben einen Goldschatz gefunden, der aus weniger als 500 Münzen besteht. Als sie den Schatz gleichmäßig aufteilen wollen, bleibt eine Münze übrig. Da sie sich nicht entscheiden können, wem diese Münze gehören soll, geraten sie so heftig in Streit, dass einer von ihnen dabei umkommt. Als sie versuchen, den Schatz nun auf alle Überlebenden aufzuteilen, bleiben 2 Münzen übrig. Darüber geraten sie wieder in Streit, und wieder stirbt ein Pirat. Nun lässt sich der Goldschatz auf die übrigen Piraten gleichmäßig aufteilen. Wie viele Münzen haben die Piraten gefunden?
- Zeigen Sie:  $11^n \equiv 10n + 1 \pmod{100}$  für alle  $n \geq 1$ .