

## Algebra II

# Inhalt der Vorlesung

### 1. Moduln

- Definition von Moduln über einem komm. Ring, Homomorphismen
- endliche erzeugte, freie, endlich präsentierte Moduln
- direkte Summe/Produkt von Moduln

### 2. Moduln über Hauptidealringen

- Elementarteilersatz
- Hauptsatz über endlich erzeugte Moduln
- Primärzerlegung eines Torsionsmoduls

### 3. Die rationale und die Jordan-Normalform

(Anwendung von §2)

### 4. Noethersche Ringe

- noethersche Moduln
- noethersche Ringe
- Hilbertscher Basissatz

### 5. Affine algebraische Mengen

- Korrespondenz zwischen Idealen und algebraischen Mengen
- Koordinatenring und Funktionenkörper
- Hilbertscher Nullstellensatz

### 6. Ganze und endliche Ringerweiterungen

- Satz:  $R$  faktoriell  $\Rightarrow R$  ganzabgeschlossen.
- Satz: ganzer Abschluss von  $R$  in einer endlichen separablen Erweiterung von  $\text{Quot}(R)$  ist eine ganze Ringerweiterung (endlich falls  $R$  noethersch). Bsp.: Ganzheitsring eines Zahlkörpers
- Spur, Norm, Diskriminante
- Bsp.: für  $K = \mathbb{Q}(\zeta_p)$  gilt  $\mathcal{O}_K = \mathbb{Z}[\zeta_p]$ .

## 7. Transzendente Erweiterungen

- Transzendenzbasis und Transz.grad einer Körpererweiterung
- Noethersches Normalisierungslemma

## 8. Lokalisierung

- Verhalten von (Prim)idealen unter Lokalisierung
- lokale Ringe; 'ganzabgeschlossen' ist eine lokale Eigenschaft
- Krulldimension; Zusammenhang mit dem Transzendenzgrad; Dimension einer affinen Varietät
- *Going up* und *Going down*

## 9. Dedekindringe

- Diskrete Bewertungsringe; lokale Charakterisierungen von Dedekindringen
- Nakayamas Lemma
- Zusammenhänge mit Glattheit von Kurven
- gebrochene Ideale
- eindeutige Primidealzerlegung in Dedekindringen; die Idealklassengruppe

## 10. Imaginärquadratische Zahlkörper

- (ebene) Gitter, Gitterklassen
- Gitterpunktsatz
- Endlichkeit der Klassengruppe eines imaginärq. Zahlkörpers

## 11. Projektive Kurven

- Graduierte Algebren
- Der projektive Raum; projektive Varietäten
- die Schnittmultiplizität von ebenen algebraischen Kurven
- der Satz von Bezout