

# Übungen zur Vorlesung Kryptographie

Abt. Reine Mathematik

SS 06 – Blatt 2

---

Abgabetermin: Fr., 12.05.2006 um 12:30 Uhr vor Beginn der Übung

---

1. Die Fibonacci-Zahlen sind wie folgt definiert:

$$a_{n+2} := a_{n+1} + a_n \text{ für } n \in \mathbb{N}_0 \text{ mit } a_0 := a_1 := 1 .$$

Berechne  $\text{ggT}(a_{m+1}, a_m)$  für  $m \in \mathbb{N}_0$ .

2. Zeige:

(a)  $(a - b) \mid (a^{n+1} - b^{n+1})$  für  $a, b \in \mathbb{Z}$ ,  $n \in \mathbb{N}_0$ .

(b) Seien  $a, k \in \mathbb{N}$ ,  $a, k \geq 2$ . Falls  $a^k - 1$  eine Primzahl ist, so gilt:  $a = 2$  und  $k$  ist Primzahl.

3. Zeige:

Ist  $n \geq 5$  zusammengesetzt, so gilt:  $(n - 1)! \equiv 0 \pmod{n}$ .

4. (a) Bestimme  $10^{99} \pmod{9}$  und  $10^{99} \pmod{11}$ .

(b) Bestimme die letzte Ziffer von  $7^{1000}$ .

(c) Bestimme  $13^{47} \pmod{61}$ .