

Übungsblatt zur Vorlesung Fourier-Analysis

1. Guenther & Lee: Problem 4-2.1., Seite 99

Finde mit Hilfe der Separation der Variablen die formale Lösung der Differentialgleichung

$$u_{tt} = c^2 u_{xx} \quad ; \quad 0 < x < L, t > 0$$

mit den Anfangsbedingungen

$$\begin{aligned} u(x, 0) &= f(x) \\ u_t(x, 0) &= g(x) \end{aligned} \quad ; \quad 0 \leq x \leq L$$

und den Randbedingungen

$$u(0, t) = u_x(L, t) = 0 \quad ; \quad t \geq 0.$$

2. Guenther & Lee: Problem 4-2.3., Seite 100

Finde eine formale Lösung der Differentialgleichung für eine gedämpft schwingende Saite

$$u_{tt} + 2ku_t = c^2 u_{xx} \quad ; \quad 0 < x < L, t > 0,$$

wobei $k > 0$ die Dämpfungskonstante, $c^2 = \frac{\tau}{\rho_0}$, τ die Horizontalkomponente der Spannung und ρ_0 die konstante Dichte der Saite im Gleichgewicht ist. Es soll $k < c\frac{\pi}{L}$ gelten, die Anfangsbedingungen lauten

$$\begin{aligned} u(x, 0) &= f(x) \\ u_t(x, 0) &= g(x) \end{aligned} \quad ; \quad 0 \leq x \leq L$$

und die Randbedingungen sind

$$u(0, t) = u(L, t) = 0 \quad ; \quad t \geq 0.$$

3. Guenther & Lee: Problem 4-2.9., Seite 100

Bestimme geeignete Bedingungen für $f(x)$ und $g(x)$, so daß die formale Lösung aus Aufgabe 1 auch wirklich eine Lösung ist.

4. Guenther & Lee: Problem 4-2.10., Seite 100

Bestimme geeignete Bedingungen für $f(x)$ und $g(x)$, so daß die formale Lösung aus Aufgabe 2 auch wirklich eine Lösung ist.