

Übungsblatt zur Vorlesung Fourier-Analysis

1. Guenther & Lee: Problem 5-4.1., Seite 176

Verwende die Fourier-Transformation, um zu beweisen, daß die formale Lösung zu

$$\begin{cases} u_t = au_{xx} + F(x, t) & \text{für } -\infty < x < \infty \quad t > 0 \\ u(x, 0) = f(x) & \text{für } -\infty < x < \infty \end{cases}$$

mit $a > 0$ wie folgt lautet

$$u(x, t) = \int_{-\infty}^{\infty} k(x - y, at) f(y) dy + \int_0^t \left(\int_{-\infty}^{\infty} k(x - y, a(t - \tau)) F(y, \tau) dy \right) d\tau ,$$

wobei

$$k(x, t) = \frac{1}{\sqrt{4\pi t}} e^{-\frac{x^2}{4t}} .$$