Abteilung: Angewandte Analysis
Prof. Dr. Werner Balser
Übungsleiter: Jens Dittrich

Übungen zur Analysis I - Blatt 1
Abgabe: 3. Mai, 14:00 Uhr vor der Übung

Name: **Vorname:** **Matrikel-Nr:**

Aufgabe	1	2	3	4	5	Summe
Soll	2	6	4	2	6	20
Ist						

1. Sind A_j, für $j \in J$, eine beliebige Anzahl von Teilmengen einer festen Grundmenge X. Beweise direkt, ohne die Aufgabe 1.1.6 aus der Vorlesung zu verwenden, die zweite de Morgansche Regel:
$$X \setminus (\bigcap_{j \in J} A_j) = \bigcup_{j \in J} (X \setminus A_j).$$

2. Sei angenommen, dass eine Funktion $g : Y \to X$ existiert, so dass $f \circ g = id_Y$, $g \circ f = id_X$ gilt. Zeige, dass dann f bijektiv und $g = f^{-1}$ ist. Was kann man schließen, wenn nur $f \circ g = id_Y$ oder $g \circ f = id_X$ gilt?

3. Zeige, dass aus den Axiomen eines Körpers weitere Rechenregeln folgen, nämlich:
   (a) $\forall a \in K: \quad -(-a) = a$. In Worten bedeutet das: Das additive Inverse zu $-a$ ist gleich a.
   (b) $\forall a, b \in K: \quad -(a+b) = -a+(-b)$, $a(-b) = (-a)b = -(ab)$, $(-a)(-b) = ab$. Schreibe jede der Gleichungen auch in Worten auf!
   (c) $\forall a, b \in K: \quad ab = 0 \Longrightarrow a = 0$ oder $b = 0$ oder beides.

4. Sei K ein geordneter Körper und $a, b \in K$ mit $a < b$. Zeige, dass dann $a < (a+b)/2 < b$ gilt.

5. Ermittele rechnerisch, mittels Fallunterscheidung, die Lösungsmengen $L \subset \mathbb{R}$ der folgenden Ungleichungen. Kontrolliere durch graphische Verfahren die Ergebnisse.
   (a)
$$\frac{|2x+1|}{x-3} \leq 1,$$
   (b)
$$|3x-5| > |2x+3|,$$
   (c)
$$\frac{x+10}{x+1} \leq \frac{2x-15}{3-x}.$$