

Übungen zur Analysis I - Blatt 2
Abgabe: 10. Mai, 14:15 Uhr vor der Übung

Name: _____ **Vorname:** _____ **Matrikel-Nr:** _____

Aufgabe	1	2	3	4	5	Summe
Soll	3	7	4	2	4	20
Ist						

1. Zeige, dass für $a \in K \setminus \{0\}$, $b \in K$ die Gleichung $ax = b$ stets eindeutig lösbar ist. Formal aufgeschrieben bedeutet das

$$\forall a \in K \setminus \{0\}, b \in K : \exists_1 x \in K : ax = b.$$

Wie sieht die Lösungsmenge dieser Gleichung im Falle $a = 0$ aus?

2. Zu den folgenden Mengen ist das Infimum und Supremum, falls existent, zu bestimmen bzw. nachzuweisen, dass es nicht existiert. Bestimme weiter, ob Maximum oder Minimum angenommen werden, begründe die Aussage:

$$A = \{x \mid 0 \leq x < 1\}, \quad B = \{x \mid x > 1\}.$$

3. Wir definieren die folgende Verknüpfung zweier Teilmengen A, B eines geordneten Körpers:

$$A + B := \{a + b \mid a \in A, b \in B\}, \quad AB := \{ab \mid a \in A, b \in B\}.$$

- (a) Zeige: $\sup(A + B) = \sup A + \sup B$.
(b) Gilt auch die Formel $\sup(AB) = (\sup A)(\sup B)$?
4. Zeige, dass die Zahl $\sqrt{3}$ irrational ist.
5. Für alle $a, b \in \mathbb{R}$ gelten die Aussagen:
(a) $|a| \geq 0$, und $|a| = 0 \Leftrightarrow a = 0$.
(b) $a = b \Leftrightarrow |a| = |b|$ und $\operatorname{sgn} a = \operatorname{sgn} b$.
(c) $\operatorname{sgn}(ab) = (\operatorname{sgn} a)(\operatorname{sgn} b)$, $|ab| = |a||b|$.
(d) $b \neq 0 \Rightarrow (\operatorname{sgn} a)/(\operatorname{sgn} b) = \operatorname{sgn}(a/b)$, $|a/b| = |a|/|b|$.