

Übungen zur Analysis III - Maß und Integral, gewöhnliche Differentialgleichungen - Blatt 11

Abgabe: 25. Januar, 16:00 Uhr vor der Übung

1. **(10 Punkte)** Lösen Sie die folgenden Cauchyschen Anfangswertprobleme:

a) $xz_x + (x + y)z_y = z + 1$ $z(x, 0) = x^2,$

b) $xz_x - yz_y = z + 1$ $z(x, x) = x^2,$

c) $z_x + (1 + y)z_y = 2(1 + y + y^2)z$ $z(x, 0) = e^x,$

d) $z_x + (2x + 1)z_y = 0$ $z(x, x^2) = x,$

e) $z_x + az_y = z^2$ $z(x, 0) = \exp(-x^2) \quad a > 0,$

f) $xz_x + (y^2 + 1)z_y = z$ $z(x, 0) = e^x.$

2. **(5 Punkte)** Berechnen Sie Einheitsnormalen für folgende Hyperflächen:

a) $A := \{x = (x_1, \dots, x_n, z) \in \mathbb{R}^{n+1} : z = x_1^2 + \dots + x_{n-1}^2 - x_n^2\},$

b) $B_r := \{x = (x_1, \dots, x_n) \in \mathbb{R}^n : |x| = r\} \quad r > 0,$

c) $E_{a,b,c} := \{x = (a \cos \varphi \cos \vartheta, b \cos \varphi \sin \vartheta, c \sin \vartheta) \in \mathbb{R}^3 : -\pi/2 \leq \varphi \leq +\pi/2, -\pi \leq \vartheta \leq +\pi\}$

$$a > 0, b > 0, c > 0.$$

(15 Punkte)