

Übungen zur Analysis III - Maß und Integral, gewöhnliche Differentialgleichungen - Blatt 13

Abgabe: 8. Februar, 16:00 Uhr vor der Übung

1. **(8 Punkte)** Ermitteln Sie die allgemeinen Lösungen der folgenden linearen Differentialgleichungen:

(a) $y' = -\frac{1}{x+1}y + 4e^{2x}$,

(b) $y' = -\frac{1}{x}y + \sin x$,

(c) $y' = \frac{1}{\sin x}y + 1$,

(d) $y' = -\frac{2}{1-x^2}y - \frac{x}{1+x}$,

(e) $y' = \frac{1}{x}y + \frac{2\log x}{x}$,

(f) $y' = -\frac{2}{x^2+4x+8}y - \exp\left(-\frac{1}{2}\arctan\left(\frac{x+2}{2}\right)\right)$.

2. **(2 Punkte)** Ermitteln Sie allgemeine Lösungen der folgenden Differentialgleichungen mit dem in der Vorlesung besprochenen Verfahren für homogene Differentialgleichungen:

(a) $y' = \frac{y^2-x^2}{2xy}$ für $x, y \neq 0$,

(b) $y' = \frac{y+x \tan \alpha}{x-y \tan \alpha}$ für $x, y \neq 0$ und $\frac{x}{y} \neq \tan \alpha$.

3. **(5 Punkte)** Ermitteln Sie allgemeine Lösungen der folgenden Bernoullischen bzw. Riccatischen Differentialgleichungen:

(a) $y' = -y^2 + \frac{1}{x}y$,

(b) $y' = -xy^2 + y$,

(c) $y' = x^2y^2 - \frac{1}{x}y$,

(d) $y' = \frac{1}{x^3}y^2 - \frac{1}{x^2}y + 1$, Hinweis: eine partikuläre Lösung ist ein Polynom.

(15 Punkte)