

**Übungen zur Analysis III - Maß und Integral, gewöhnliche Differentialgleichungen -  
Zusatzblatt zur Punkteverbesserung**

Abgabe: 15. Februar, 16:00 Uhr vor der Klausur

Dieses Übungsblatt ist ein zusätzliches Blatt zur Punkteverbesserung. Es ist vor der Klausur abzugeben und wird nur für diejenigen korrigiert, die noch theoretisch die Möglichkeit haben fünfzig oder mehr Prozent in den Übungen zu erreichen und diese Marke mit Blatt 13 regulär noch nicht überschritten haben. Diese Studenten werden ebenfalls für die Klausur zugelassen, ob sie letztlich einen Schein erhalten, wird sich erst nach Korrektur der Klausur und dieses Aufgabenblattes herausstellen.

1. **(2 Punkte)** Überprüfen Sie, dass  $x^3$  und  $x^{-2}$  Lösungen von

$$y'' - \frac{6}{x^2}y = 0$$

sind und ermitteln Sie eine partikuläre Lösung von

$$y'' - \frac{6}{x^2}y = x \log x.$$

2. **(2 Punkte)** Ermitteln Sie die allgemeine Lösung der Differentialgleichung

$$x^2(1-x)y'' + 2x(2-x)y' + 2(1+x)y = x^2.$$

Hinweis: die homogene Gleichung hat eine partikuläre Lösung der Form  $x^n$ .

3. **(8 Punkte)** Ermitteln Sie die allgemeine Lösung der folgenden Systeme:

(a)  $y'_1 + ay_1 - by_2 = e^x$ ,  $y'_2 - ay_2 + by_1 = e^x$  mit  $a^2 - b^2 = 1$ ;

(b)  $y''_1 + n^2y_2 = 0$ ,  $y''_2 - n^2y_1 = 0$ ;

(c)  $y''_1 + 2ky'_2 + n^2y_1 = 0$ ,  $y''_2 - 2ky'_1 + n^2y_2 = 0$ ;

(d)  $y''_1 + ny'_2 = a \cos(nx)$ ,  $y''_2 - ny'_1 = 0$ ;

4. **(1 Punkt)** Lösen Sie das Anfangswertproblem

$$y''_1 - 3y_1 - 4y_2 + 3 = 0, \quad y''_2 + y_1 + y_2 + 5 = 0$$

zu den Anfangsdaten  $y_1(0) = y_2(0) = y'_1(0) = y'_2(0) = 0$ .

5. **(2 Punkte)** Ermitteln Sie die allgemeine Lösung des Systems

$$y_1y''_1 - y_2y''_2 = 0, \quad y''_1 + y''_2 + y_1 + y_2 = 0.$$

**(15 Punkte)**