



Übungen - Differentialgeometrie

Abgabe: bis 14. Mai 2007, 12:00 Uhr, Raum 321, HeHo 18

Fakultät für Mathematik und
Wirtschaftswissenschaften
Institut für Analysis

Name:

Vorname:

Aufgabe	11	12	13	14	Summe
Soll	5	5	5	4	19
Ist					

Dr. Matthias Bergner
matthias.bergner@uni-ulm.de

Jan-Willem Liebezeit
jan-willem.liebezeit@uni-ulm.de

Bis auf solche Fakten, die aus der Vorlesung bekannt sind, müssen alle verwendeten Aussagen gut formuliert und bewiesen werden. Der Lösungsweg muss deutlich erkennbar sein.

11. Man beweise die folgende Darstellung für die Windungszahl

$$W(c, 0) = \frac{1}{2\pi} \int_a^b \frac{\det(c, c')}{|c|^2} dt ,$$

indem man den Imaginäranteil der komplexen Zahl $\int \frac{c'(t)}{c(t)} dt$ ermittelt.

12. Gegeben sind die beiden geschlossenen Kurven

$$c_1(t) := (2 \sin t, \sin 2t), \quad t \in [0, 2\pi] \quad \text{sowie} \quad c_2(t) := (2 \cos t, \sin t), \quad t \in [0, 2\pi] .$$

(a) Skizzieren Sie die Kurven und stellen Sie die Umlaufszahlen fest.

(b) Ermitteln Sie aus der Skizze die Windungszahlen um die Punkte $(1, 0)$, $(-1, 0)$ sowie $(0, 2)$.

13. Sei $c : I \rightarrow \mathbb{R}^2$ eine beliebige, geschlossene Kurve.

(a) Zeigen Sie, dass es stets einen Punkt $p \in \mathbb{R}^2$ gibt, dessen Windungszahl $W(c, p)$ gleich Null ist.

(b) Gibt es auch stets einen Punkt $q \in \mathbb{R}^2$, dessen Windungszahl $W(c, q)$ ungleich Null ist?

14. (a) Zeichnen Sie eine ebene Kurve mit großer Umlauf-, aber kleinen Windungszahlen.

(b) Zeichnen Sie eine ebene Kurve mit großen Windungszahlen, deren Umlaufzahl gleich null ist.